

Vaguedad, aserción y contradicción

La semántica de las contradicciones límitrofes

Autor:
Borzi, Agustina

Tutor:
Barrio, Eduardo

2022

Tesis presentada con el fin de cumplimentar con los requisitos finales para la obtención del título Licenciatura de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Buenos Aires en Filosofía

Grado

TESIS DE LICENCIATURA

Vaguedad, aserción y contradicción

La semántica de las contradicciones limítrofes

Autora:

AGUSTINA BORZI

DNI/LU: 38.995.214

agustinaborzi@gmail.com

Director:

Dr. EDUARDO A. BARRIO

Co-directora:

Dra. PAULA TEIJEIRO

Universidad de Buenos Aires

Facultad de Filosofía y Letras

Departamento de Filosofía

Febrero de 2022

Agradecimientos

Mi primer agradecimiento es a mi director de tesis, Eduardo Barrio, por sus valiosos comentarios y sugerencias filosóficas. Sin la dirección y consejos de Eduardo esta tesis no hubiera sido posible. En segundo lugar, un agradecimiento especial para Paula Teijeiro, mi co-directora, y para Diego Tajer, quien fue mi director de adscripción, por responder a todas mis dudas sobre lógica a lo largo de los años y por ayudarme a pulir las ideas aquí presentadas. Sus comentarios y devoluciones contribuyeron a mejorar sustancialmente los contenidos de esta tesis.

Estoy en deuda con todos los integrantes del *Buenos Aires Logic Group*, quienes en cada taller, reunión y *workshop* me enseñaron cómo es que se producen y discuten ideas filosóficas. Unirme al grupo ha contribuido enormemente a mi formación, y todos los debates en los que tuve ocasión de participar me han ayudado a definir mi propia posición respecto de muchas de las cuestiones aquí tratadas. Me enorgullece ser miembro de uno de los mejores grupos de lógica filosófica a nivel internacional.

Agradezco a la Universidad de Buenos Aires, que me permitió acceder a la educación de más alto nivel en forma completamente gratuita. Gracias a todos mis profesores y compañeros de cursada, quienes me ayudaron en este camino. Quiero agradecer especialmente al grupo de familógicas: Adriana, Alba, Aylén, Camila, Eliana, Isis, Mariela, Natalia, Paula y Rocío, por su amistad y compañerismo en lo académico y lo personal.

Por último, doy las gracias a mi familia por el cariño y las palabras de aliento que me brindaron a lo largo de los años. Agradezco a mi compañero, Luciano, por su apoyo incondicional, y a mi madre, Edith, por el amor y la paciencia infinita que ha tenido conmigo.

Tabla de contenidos

Introducción	1
1. Teoría a defender	1
2. Estructura de la tesis	3
3. Preliminares técnicos	5
3.1. Lenguaje de primer orden (\mathcal{L}_{PO})	5
3.2. Sistemas lógicos	7
3.2.1. Lógica clásica (CL)	9
3.2.2. Matrices Strong Kleene (SK)	11
3.2.2.1. La lógica paracompleta K3	12
3.2.2.2. La lógica paraconsistente LP	13
3.2.2.3. La lógica no transitiva ST	15
Capítulo 1: ¿Qué es la vaguedad?	19
1. Características de los predicados vagos	19
1.1. El principio de tolerancia	21
2. <i>Desideratum</i> de una teoría lógica de la vaguedad	23
3. Teorías de la vaguedad	24
3.1. Vaguedad como problema epistémico: el epistemicismo de Williamson	24
3.2. Vaguedad como problema semántico: teorías no clásicas de la vaguedad	26
3.2.1. Paracompletitud y paraconsistencia simples: LP y K3	27
3.2.2. Paracompletitud y paraconsistencia débiles: s-valuacionismos	28
3.3. Vaguedad como fenómeno pragmático: la propuesta no transitiva de CERvR	31
4. Conclusión	35

Capítulo 2: La psicología de la vaguedad **37**

1. Datos empíricos	37
2. Resultados obtenidos en estudios experimentales	38
2.1. Propositiones atómicas	38
2.1.1. Vacíos extensionales	38
2.1.2. Preferencia por rechazar una proposición en lugar de aceptar su negación	40
2.2. Propositiones moleculares	41
2.2.1. Aceptación de contradicciones limítrofes	42
2.2.2. Preferencia por las descripciones disyuntivas	44
2.2.3. Comportamiento irregular de la conjunción (disyunción)	46
2.3. Lectura de los resultados	47
3. Objeciones a la relevancia de los datos empíricos y respuestas	50
3.1. La lógica es normativa	50
3.2. La lógica es <i>a priori</i>	51
4. Conclusión	52

Capítulo 3: Indeterminación semántica y rechazo de la ley de tercero excluido **53**

1. Teorías lógicas e interpretaciones filosóficas	53
2. Vaguedad e indeterminación semántica	54
2.1. Los predicados vagos tienen un significado incompleto	55
2.2. Los predicados vagos están gobernados por un sistema incompleto de reglas	56
3. Vaguedad y rechazo de tercero excluido	61
3.1. Posiciones paracompletas respecto a ley de tercero excluido	61
3.2. Aserción y rechazo en teorías no clásicas	62
3.3. Argumentos en favor del rechazo de tercero excluido	64
4. Conclusión	65

Capítulo 4: La lógica de las contradicciones limítrofes	67
1. Objetivos	67
2. La lógica de las contradicciones limítrofes	68
2.1. $K3^*$	69
2.2. $K3^{\boxtimes}$	74
2.2.1. La conjunción y disyunción intensionales	74
3. <i>Sorites</i> y el principio de tolerancia	81
3.1. Otras presentaciones (versiones debilitadas)	83
4. Conclusión	85
Capítulo 5: Incompletitud, vaguedad de orden superior y textura abierta	86
1. No todas las expresiones cuyo significado es incompleto son vagas	86
2. Vaguedad de orden superior	87
3. Textura abierta	91
4. Pérdida de verdades lógicas e inferencias	93
4.1. Recaptura clásica	94
5. Conclusión	96
Conclusiones	97
Bibliografía	102

Introducción

1. Teoría a defender

La vaguedad es un problema que aqueja a la lógica desde hace ya miles de años. Esto se debe, en gran medida, a que los predicados vagos son responsables de generar instancias de la llamada *paradoja de sorites*:

Alguien de 1830 días (5 años) de edad es un niño. Si alguien de 1830 días es un niño, entonces alguien de 1831 días de edad también lo es. Si alguien de 1831 días es un niño, entonces alguien de 1832 días de edad también lo es. [...] Por lo tanto, alguien de 18300 días (50 años) es un niño.

Siguiendo la definición de paradoja dada por Sainsbury (2009), los argumentos soríticos son paradójicos porque partiendo de premisas aparentemente verdaderas y empleando un razonamiento aparentemente válido se llega a una conclusión absurda. De modo que, o bien alguna de las premisas no es verdadera, o bien el razonamiento es inválido.

En esta tesis voy a proporcionar una solución del primer tipo a la paradoja de sorites: voy a presentar una teoría lógica de la vaguedad en la cual el argumento sorítico es válido, pero no todas sus premisas son verdaderas.

A lo largo de la tesis, si bien se hará hincapié en la vaguedad en tanto problema lógico (es decir, en tratar de brindar una solución a la paradoja de sorites), por momentos será necesario detenerse en aspectos extra-lógicos que la vaguedad suscita (psicológicos, semánticos, epistémicos).

Una *teoría (lógica) de la vaguedad* es una teoría lógica que, acompañada de una serie de conceptos y motivaciones filosóficas, tiene por objetivo dar una explicación comprensiva de la vaguedad. Por un lado, una teoría lógica de la vaguedad tiene que permitirnos diferenciar las inferencias válidas e inválidas en presencia de predicados vagos, y por otro lado, debe proporcionarnos una solución satisfactoria a la paradoja de sorites. Esto implica brindar una

tematización del llamado *principio de tolerancia*: el principio que afirma que todo predicado vago P o bien se aplica o bien no se aplica a cualquier par de objetos indiferenciables en cuanto a la dimensión relevante P (retomando el ejemplo dado arriba, el conjunto de condicionales de la forma “si alguien de n días es un niño, entonces alguien de $n+1$ días de edad también lo es” serían la expresión de este principio). El desafío que plantea el principio de tolerancia es que, si bien parece recoger un aspecto central del significado de los predicados vagos, a la vez parece ser el principal responsable de generar la paradoja.

Graff (2000) estableció que cualquier teoría de la vaguedad debería poder responder a tres preguntas, relacionadas pero distintas, en torno al argumento sorítico y al principio de tolerancia:

1. **Pregunta psicológica:** ¿Por qué motivos nos resulta psicológicamente atractivo el argumento de sorites? Respecto del principio de tolerancia, ¿por qué estamos inclinados a creer que es verdadero? En particular, Egré (2015) propone una lectura normativa de esta última pregunta: ¿son buenos los motivos que tenemos para creer en la verdad del principio de tolerancia?
2. **Pregunta epistemológica:** Si el principio de tolerancia no es verdadero, entonces ¿por qué no podemos señalar qué instancia del universal no es verdadera? ¿Qué justifica nuestra ignorancia?
3. **Pregunta lógica o semántica:** ¿Deberíamos revisar la lógica (esto es, abandonar CL), para hacer verdadero al principio de tolerancia?

Por supuesto, la respuesta a esta última pregunta depende de cómo respondamos a las preguntas anteriores. Si nuestras razones para creer en este principio no son sólidas, entonces una revisión de la lógica no estaría justificada.

A continuación, daré un breve adelanto de cómo responderé aquí a las preguntas planteadas.

Respecto de la primera pregunta, el argumento sorítico resulta psicológicamente atractivo porque es un argumento válido que, eventualmente, puede no tener premisas verdaderas. En particular, voy a proporcionar motivos por los cuales, creo yo, el principio de tolerancia no es verdadero (ni tampoco falso). Esto aparece en el [capítulo 1](#).

La respuesta a la segunda pregunta es dada en los **capítulos 3 y 5**: los predicados vagos están gobernados por un sistema de reglas incompleto, y a su vez, no sabemos exactamente hasta dónde llegan las reglas de aplicación de un predicado vago (ni tampoco conocemos cuándo es que comienzan exactamente las de no aplicación). De este modo, hay ciertos objetos que quedan semánticamente indeterminados, pero no podemos determinar con exactitud cuál es el primer o el último objeto indeterminado de la serie.

Finalmente, la respuesta a la pregunta semántica es positiva: la revisión de la lógica sí está justificada. En particular, es necesario abandonar una serie de leyes lógicas clásicas si el objetivo es dar una semántica formal fiel al significado y uso de los predicados vagos. Por ello, en el **capítulo 4** se darán dos nuevas lógicas no clásicas de la vaguedad.

2. Estructura de la tesis

En el **capítulo 1** haré una breve introducción a la vaguedad y a las teorías disponibles de la vaguedad. Mostraré que el llamado “principio de tolerancia” –premisa según la cual los cambios mínimos no son suficientes para cambiar la justicia con la que el predicado se aplica a un par de objetos– es central para la comprensión del significado de los predicados vagos. Respecto de este principio, defenderé la siguiente tesis:

- (1) En una teoría lógica de la vaguedad, las formulaciones del principio de tolerancia no pueden ser ni verdaderas ni falsas.

Y señalaré que, de las lógicas paracompletas disponibles, K3 es la que mejor se ajusta a este objetivo.

Luego, el **capítulo 2** plantea un segundo objetivo, a saber:

- (2) La semántica de una teoría lógica de la vaguedad debería respetar las aplicaciones asertóricas de predicados vagos que hacen los hablantes.

Esto es, la semántica formal propuesta debe modelar la práctica asertiva efectiva o uso real de los predicados vagos. Para que la teoría dada cumpla con (2), hay dos clases de datos empíricos a los que podemos recurrir: intuiciones, o resultados experimentales. En este punto, argumentaré que, dada la multiplicidad de intuiciones en conflicto, es mejor recurrir al segundo tipo de datos.

A continuación, introduzco la noción de “contradicción limítrofe”: se trata de oraciones que clásicamente son consideradas contradicciones, pero que presentan un alto grado de aceptación cuando sus instancias no son casos claros de aplicación o no aplicación del predicado vago en cuestión, *i.e.* son “casos limítrofes” del predicado. Estos resultados aparecieron originalmente en Alxatib & Pelletier (2011a/b) y posteriormente fueron replicados por otros estudios (*cf.* Ripley (2011), Egré & Zehr (2016), Egré et al. (2013)). Esto me lleva a defender que:

- (3) Las contradicciones $A \wedge \neg A$ y $\neg(A \vee \neg A)$ deberían ser verdaderas siempre y cuando sus componentes sean casos limítrofes.

Al final del capítulo, muestro por qué los resultados dados no se ajustan bien a otras teorías de la vaguedad (clásicas, paraconsistentes, no transitivas), y en el [capítulo 3](#), defiendo que es necesario una lógica paracompleta para dar cuenta de los resultados presentados.

En este capítulo me propongo motivar el rechazo de principios lógicos clásicos en lenguajes vagos. Para eso, voy argumentar que:

- (4) Los casos limítrofes son semánticamente indeterminados (ni verdaderos ni falsos).
- (5) Los casos limítrofes constituyen contraejemplos a la ley de tercero excluido.

A continuación, establezco el siguiente objetivo, consistente con los puntos (2)-(5):

- (6) Una teoría lógica de la vaguedad debería permitir el rechazo de la ley de tercero excluido, a la que vez que debería autorizar la aserción de su negación.

En el [capítulo 4](#) presentaré dos sistemas lógicos paracompletos, $K3^{\otimes}$ y $K3^{\boxtimes}$, que se ajustan a los objetivos planteados: se basan en modelos parciales que dejan indeterminadas a algunas fórmulas, hacen verdaderas a las contradicciones limítrofes (siempre y cuando sus instancias sean indeterminadas) y respetan las condiciones de la aserción y el rechazo de oraciones vagas. Asimismo, demostraré que el principio de tolerancia es indeterminado en ambas, e ilustraré el tratamiento que se da a la paradoja de sorites en cada uno de estos sistemas.

Finalmente, en el [capítulo 5](#) responderé a las objeciones que suelen esgrimirse contra las teorías no clásicas de la vaguedad (relativas a la vaguedad de orden superior, y si la pérdida de reglas inferenciales y verdades lógicas está realmente justificada), y contra las teorías paracompletas en

particular (la ausencia de leyes lógicas, los problemas asociados a identificar la vaguedad con incompletitud respecto del significado).

3. Preliminares técnicos

Trabajaré principalmente con el **lenguaje** de primer orden \mathcal{L}_{PO} , limitando muchas veces la presentación sólo a predicados monádicos para simplificar.

En cuanto al **metalenguaje**, las letras mayúsculas latinas A, B, C , etc. son metavariabes que representan fórmulas del lenguaje de cualquier complejidad interna, y las letras mayúsculas griegas Γ, Δ, Φ , etc. denotan conjuntos de fórmulas. Los símbolos \Rightarrow y \Leftrightarrow son el condicional y bicondicional materiales del metalenguaje. Utilizo el símbolo \equiv para denotar la identidad sintáctica entre dos símbolos cualesquiera.

Por último, en muchas de las definiciones dadas abreviaré ‘si y sólo si’ con ‘sii’, y limitaré las definiciones de las relaciones de consecuencia lógica al marco *set-fmla* (múltiples premisas, una única conclusión, *i.e.* $\Gamma \models_L A$, para toda lógica L).

3.1. Lenguaje de primer orden (\mathcal{L}_{PO})

El vocabulario de \mathcal{L}_{PO} se compone de los siguientes símbolos:

1. Los símbolos lógicos: \neg (negación), \wedge (conjunción), \vee (disyunción), \rightarrow (condicional), \forall (cuantificador universal), \exists (cuantificador existencial).
2. Los símbolos no lógicos:
 - a) Un conjunto infinito numerable de letras de predicado n -arias: para cada número natural $n > 0$, $A^1, B^1, C^1 \dots A^2, B^2, C^2, \dots A^n, B^n, C^n \dots$ etc.
 - b) Un conjunto infinito numerable de constantes de individuo: $a, b, c \dots$ etc.
 - c) Un conjunto infinito numerable de variables: $x, y, z \dots$ etc.
3. Símbolos auxiliares: paréntesis izquierdo y derecho.

Definición (término). El conjunto de términos del lenguaje de primer orden $TRM(\mathcal{L}_{PO})$ se compone de todas las constantes de individuo y todas las variables de \mathcal{L}_{PO} .

Definición (fórmula). El conjunto de fórmulas del lenguaje de primer orden $\text{FOR}(\mathcal{L}_{\text{PO}})$ se define recursivamente a partir de las siguientes cláusulas:

1. Si R es una letra de predicado n -aria del vocabulario de \mathcal{L}_{PO} , y t_1, \dots, t_n son términos de \mathcal{L}_{PO} , entonces $Rt_1 \dots t_n$ es una fórmula atómica.
2. Si A es una fórmula de \mathcal{L}_{PO} , entonces $\neg A$ también lo es.
3. Si A y B son fórmulas de \mathcal{L}_{PO} , entonces $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ y $(A \rightarrow B)$ también lo son.
4. Si A es una fórmula de \mathcal{L}_{PO} y x es una variable, entonces $\forall xA$ y $\exists xA$ son fórmulas de \mathcal{L}_{PO} .
5. Sólo las expresiones que pueden ser generadas por medio de las cláusulas anteriores en un número finito de pasos son fórmulas de \mathcal{L}_{PO} .

En general, voy a omitir los paréntesis exteriores (siempre y cuando hacerlo no dé lugar a ambigüedades).

Definición (variable libre). Las ocurrencias libres de una variable se definen inductivamente del siguiente modo:

1. Si A es una fórmula atómica, entonces todas las variables de A son libres.
2. Si $A \equiv \neg B$, entonces las variables libres de A son las mismas que las variables libres de B .
3. Si $A \equiv (B * C)$, entonces las variables libres de A son las mismas que las variables libres de B y de C .
4. Si $A \equiv \forall xB$, entonces las variables libre de A son las mismas que las variables libres de B , a excepción de las ocurrencias de x .
5. Si $A \equiv \exists xB$, entonces las variables libre de A son las mismas que las variables libres de B , a excepción de las ocurrencias de x .

Definición (alcance). Si $\forall xB$ es una subfórmula de A , entonces B es el alcance de $\forall x$ en A . Lo mismo ocurre con $\exists x$.

Una **oración** es una fórmula de \mathcal{L}_{PO} que carece de variables libres. Finalmente, decimos que la ocurrencia de una variable x en una fórmula está **ligada** (a un cuantificador) si y sólo si está bajo el alcance de un cuantificador y x no está libre.

3.2. Sistemas lógicos

Asumimos que una **lógica** o **sistema lógico** es un conjunto de inferencias. Voy a caracterizar los sistemas lógicos en términos modelo-teóricos. Vamos a decir que una estructura E para \mathcal{L}_{PO} es una tupla $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{Q} \rangle$, donde:

- \mathcal{V} es un conjunto (no vacío) de valores de verdad.
- \mathcal{D} es el conjunto de valores designados y $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{V}$. El conjunto de valores designados es el subconjunto de valores de verdad que toda inferencia válida debe preservar.
- \mathcal{C} es un conjunto de funciones, tal que para cada conectiva lógica c n -aria de \mathcal{L}_{PO} , $f_c \in \mathcal{C}$ y c denota una función de verdad $f_c: \mathcal{V}^n \rightarrow \mathcal{V}$.
- \mathcal{Q} es un conjunto de funciones, tal que para cada cuantificador q de \mathcal{L}_{PO} , $f_q \in \mathcal{Q}$ y q denota una función de verdad $f_q: \mathcal{P}(\mathcal{V}) - \{\emptyset\} \rightarrow \mathcal{V}$.

Definición (modelo). Una interpretación o modelo M para un lenguaje de primer orden \mathcal{L}_{PO} consiste en un par ordenado $\langle \mathfrak{D}, I \rangle$, donde \mathfrak{D} es un conjunto no vacío, llamado *universo de discurso*, *dominio de cuantificación*, o simplemente *dominio*, e I es una función encargada de interpretar el vocabulario no lógico de \mathcal{L}_{PO} : si c es una constante de individuo, entonces $I(c) \in \mathfrak{D}$, y si P es una letra de predicado n -aria, entonces $I(P) = \langle P+, P- \rangle$, donde $P+ \subseteq \mathfrak{D}^n$ y $P- \subseteq \mathfrak{D}^n$.

Decimos que $I(c)$ es la **referencia** de c (el objeto $d \in \mathfrak{D}$ nombrado por c) y que $P+$ y $P-$ (o también, $I(P+)$ y $I(P-)$) son la extensión y la anti-extensión de P , respectivamente. Intuitivamente, la extensión de un predicado es el conjunto de objetos (o tuplas de objetos) que tienen la propiedad P . En cambio, la anti-extensión de un predicado es el conjunto de objetos (o tuplas de objetos) que no tienen la propiedad P . Juntos, $P+$ y $P-$ nos dan el conjunto de objetos (o tuplas de objetos) a los que el predicado P se aplica y no se aplica, o lo que es lo mismo: nos dan el **significado** extensional de P .

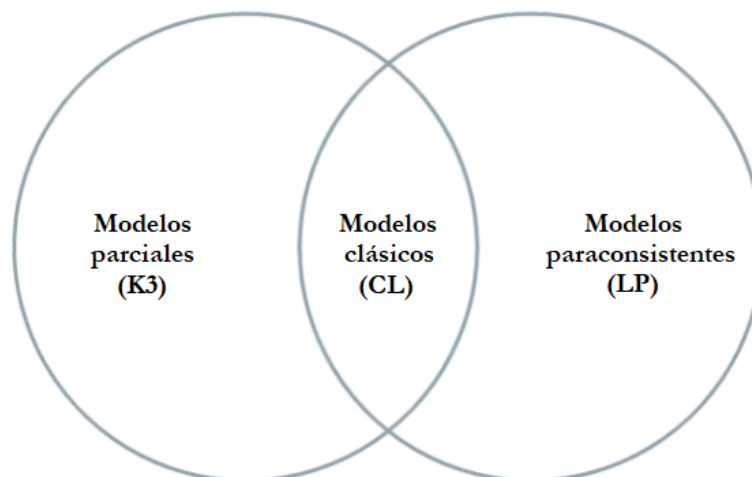
En el caso de CL, basta con definir la extensión de un predicado, porque la anti-extensión no es más que su complemento. Pero como quiero dar una definición de modelo que también abarque a los modelos no clásicos, prefiero dar una única definición de modelo (que, para el caso clásico, resulta redundante).

Definición (modelo clásico y modelo no clásico). La interpretación $M = \langle \mathcal{D}, I \rangle$ es un *modelo clásico* para un lenguaje \mathcal{L}_{PO} sii se cumplen las siguientes “condiciones de clasicidad”:

- (i) $P_+ \cup P_- = \mathcal{D}^n$ (Exhaustividad)
- (ii) $P_+ \cap P_- = \emptyset$ (Exclusividad)

En cambio, los *modelos no clásicos* son aquellos en los que no necesariamente se cumplen las dos condiciones de clasicidad. Dentro de los modelos no clásicos, diremos que aquellos que no necesariamente cumplen con (i) son *modelos parciales*, mientras que aquellos que no necesariamente cumplen con (ii) son *modelos paraconsistentes*.

En una lógica paracompleta (como K3) se cumple la condición de exclusividad pero no necesariamente se cumple exhaustividad. Esto es, si bien no es posible que $I(P_+)$ y $I(P_-)$ tengan miembros en común (*i.e.* es imposible que un objeto o tupla de objetos del dominio del modelo pertenezca tanto a la extensión como a la anti-extensión de un predicado), su unión podría no agotar el dominio (esto es, podría haber objetos o tuplas de objetos que no pertenezcan ni a la extensión ni a la anti-extensión de un predicado). Por eso, los modelos de K3 son *modelos parciales*. En cambio, en una lógica paraconsistente (como LP) se cumple la condición de exhaustividad pero no necesariamente se cumple exclusividad. Esto es, $I(P_+)$ y $I(P_-)$ pueden solaparse (*i.e.* es posible que ciertos objetos o tuplas de objetos del dominio del modelo pertenezcan tanto a la extensión como a la anti-extensión de un predicado), pero necesariamente deben agotar todo el dominio del modelo. Por eso, los modelos de LP son *modelos paraconsistentes*. La relación entre las interpretaciones de los tres sistemas puede ilustrarse mediante el siguiente diagrama de Venn:



Definición (Asignaciones de un modelo). Una asignación g de una interpretación M de \mathcal{L}_{PO} es una función que tiene como dominio a las variables del lenguaje y como codominio a los objetos del dominio \mathcal{D} .

Definición (x -variante). Decimos que una asignación g' es x -variante respecto de una función de asignación g sii g' es igual a g excepto porque, a lo sumo, asigna d a la variable x . (Nótese que, siguiendo esta definición, podría ser el caso que $g'=g$, porque toda asignación es x -variante respecto de sí misma).

Por último, definimos una función $\|t\|$ para determinar cómo interpretar un término:

- si t es una constante, entonces $\|t\|_{M,g} = I(t)$
- si t es una variable, entonces $\|t\|_{M,g} = g(t)$.

3.2.1. Lógica clásica (CL)

La lógica clásica (CL, por *classical logic*) de primer orden se caracteriza a partir de la estructura $E = \langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{Q} \rangle$, donde:

- $\mathcal{V} = \{1, 0\}$, donde el 1 representa el valor ‘verdadero’ y 0 el ‘falso’.
- $\mathcal{D} = \{1\}$
- $\mathcal{C}_{CL} = \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg\}$, donde cada conectiva c denota una de las siguientes funciones de verdad:

\wedge_{CL}	1	0
1	1	0
0	0	0

\vee_{CL}	1	0
1	1	1
0	1	0

\rightarrow_{CL}	1	0
1	1	0
0	1	1

	\neg_{CL}
1	0
0	1

Tablas de verdad CL

- $\mathcal{Q}_{CL} = \{\exists, \forall\}$, donde cada q generaliza las operaciones de la disyunción \vee_{CL} y conjunción \wedge_{CL} .

Una **valuación** (clásica) **relativa a un modelo** M es una función que tiene como dominio las fórmulas de \mathcal{L}_{PO} y como codominio a los valores de verdad de CL, y se define a partir de las siguientes cláusulas:

1. $v_{M,g}(Ft_1...t_n) = 1$ sii $\langle \|t_1\|_{M,g}, \dots, \|t_n\|_{M,g} \rangle \in I(F+)$. De otro modo, $v_{M,g}(Ft_1...t_n) = 0$.
2. $v_M(\neg A) = 1$ sii $v_M(A) = 0$. En otro caso, $v_M(\neg A) = 0$.
3. $v_M(A \wedge B) = 1$ sii $v_M(A) = 1$ y $v_M(B) = 1$. De otro modo, $v_M(A \wedge B) = 0$.
4. $v_M(A \vee B) = 1$ sii $v_M(A) = 1$ o $v_M(B) = 1$. De otro modo, $v_M(A \vee B) = 0$.
5. $v_M(A \rightarrow B) = 1$ sii $v_M(A) = 0$ o $v_M(B) = 1$. De otro modo, $v_M(A \rightarrow B) = 0$.
6. $v_{M,g}(\forall xA) = 1$ sii para todo objeto $d \in \mathfrak{D}$, $v_{M,g[x/d]}(A) = 1$. De otro modo, $v_{M,g}(\forall xA) = 0$.
7. $v_{M,g}(\exists xA) = 1$ sii para al menos un objeto $d \in \mathfrak{D}$, $v_{M,g[x/d]}(A) = 1$. De otro modo, $v_{M,g}(\exists xA) = 0$.

Esto es: una fórmula universal es verdadera en un modelo M bajo una asignación g sii para todo objeto d en el dominio, la asignación g' –que es x -variante de g – satisface la fórmula sin el cuantificador. Si al menos un objeto no satisface la fórmula, entonces el universal es falso. Análogamente, una fórmula existencial es verdadera en el modelo M bajo la asignación g sii para algún objeto d en el dominio, la asignación g' –que es x -variante de g – satisface la fórmula sin el cuantificador. Si ningún objeto satisface la fórmula, entonces el existencial es falso.

Ahora estamos en condiciones de ofrecer una definición modelo-teórica de validez para CL:

Definición (consecuencia lógica en CL). A es consecuencia lógica (en CL) de Γ ($\Gamma \models_{\text{CL}} A$) sii para cada interpretación M bajo g , si $v_{M,g}(\gamma) = 1$ para todos los $\gamma \in \Gamma$, entonces $v_{M,g}(A) = 1$.

Otras lecturas de $\Gamma \models_{\text{CL}} A$ son: “el argumento que va del conjunto de premisas Γ a la conclusión A es válido (en CL)” o “la inferencia de A a partir de Γ es CL-válida”. En CL, el contraejemplo a la validez está dado por un modelo (llamado *contramodelo*) en el cual todas las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa.

Decimos que la relación de *satisfacción* es una relación entre modelos y fórmulas. La expresión “un modelo M satisface A ” significa que $v_M(A) = 1$, o también, que M “hace verdadera” a A . En cambio, la *satisfacibilidad* es una propiedad de las fórmulas (o conjuntos de fórmulas): una fórmula es satisfacible si y sólo si hay una interpretación que la satisface (que la hace verdadera).

Definición (validez universal). La fórmula A es universalmente válida ($\models A$) o es una verdad lógica si y sólo si recibe valores designados en todo modelo (en CL, esto equivale a decir que todo modelo la satisface).

Todas las fórmulas de CL son verdades lógicas, contingencias o contradicciones. En CL, una *verdad lógica* es una fórmula satisfecha por todo modelo (verdadera en todo modelo), una *contradicción* es una fórmula insatisfacible (falsa en todo modelo), y el resto son *contingencias*.

3.2.2. Matrices Strong Kleene (SK)

El esquema de valuación Strong Kleene fue presentado originalmente por Kleene (1952). Estas matrices son compartidas por tres sistemas que vamos a presentar más adelante, a saber: K3, LP y ST, por lo que conviene dar una presentación general de SK que sirva para las tres lógicas.

El conjunto $\mathcal{C}_{SK} = \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg\}$ comprende las siguientes funciones de verdad f_i :

\wedge_{SK}	1	$\frac{1}{2}$	0	\vee_{SK}	1	$\frac{1}{2}$	0	\rightarrow_{SK}	1	$\frac{1}{2}$	0	\neg_{SK}	
1	1	$\frac{1}{2}$	0	1	1	1	1	1	1	$\frac{1}{2}$	0	1	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	1	1	1	0	1

Tablas de verdad Strong Kleene

Además, el tenemos el conjunto $\mathcal{Q}_{SK} = \{\exists, \forall\}$, donde cada cuantificador denota una función de verdad que generaliza las operaciones de la conjunción \wedge_{SK} (en el caso del cuantificador universal) y disyunción \vee_{SK} (en el caso del existencial).

Una **valuación** (de SK) **relativa a un modelo** M es una función que tiene como dominio las fórmulas de \mathcal{L}_{PO} y como codominio a los valores de verdad $\{1, \frac{1}{2}, 0\}$, y se define a partir de las siguientes cláusulas:

1. $v_{M,g}(Pt_1 \dots t_n) = 1$ sii $\langle \|t_1\|_{M,g}, \dots, \|t_n\|_{M,g} \rangle \in I(P+)$ y $\langle \|t_1\|_{M,g}, \dots, \|t_n\|_{M,g} \rangle \notin I(P-)$
 $v_{M,g}(Pt_1 \dots t_n) = 0$ sii $\langle \|t_1\|_{M,g}, \dots, \|t_n\|_{M,g} \rangle \in I(P-)$ y $\langle \|t_1\|_{M,g}, \dots, \|t_n\|_{M,g} \rangle \notin I(P+)$
 $v_{M,g}(Pt_1 \dots t_n) = \frac{1}{2}$ en cualquier otro caso

2. $v_M(\neg A) = 1 - v_M(A)$
3. $v_M(A \wedge B) = \min\{v_M(A), v_M(B)\}$
4. $v_M(A \vee B) = \max\{v_M(A), v_M(B)\}$
5. $v_M(A \rightarrow B) = \max\{1 - v_M(A), v_M(B)\}$
6. $v_{M,g}(\forall xA) = \min\{v_{M,g'}[x/d](A) : \text{para todo objeto } d \in \mathcal{D}\}$
7. $v_{M,g}(\exists xA) = \max\{v_{M,g'}[x/d](A) : \text{para todo objeto } d \in \mathcal{D}\}$

Donde *max* selecciona el máximo de los valores de un conjunto, y *min* selecciona el mínimo.

3.2.2.1. La lógica paracompleta K3

K3 de primer orden se caracteriza a partir de la estructura $E_{K3} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{Q} \rangle$, donde:

- $\mathcal{V} = \{1, \frac{1}{2}, 0\}$
- $\mathcal{D} = \{1\}$
- $\mathcal{C}_{K3} = \mathcal{C}_{SK}$
- $\mathcal{Q}_{K3} = \mathcal{Q}_{SK}$

La lógica basada en modelos parciales y en la estructura E_{K3} , que toma al esquema de valuación SK e interpreta el valor 1 como *verdadero*, 0 como *falso* y $\frac{1}{2}$ como un *gap* ('ni verdadero ni falso', 'semánticamente indeterminado' o 'vacío de verdad'), se conoce como K3.

Como las interpretaciones de K3 no necesariamente son exhaustivas, en algunos modelos hay objetos (o tuplas de objetos) que no pertenecen ni a la extensión ni a la anti-extensión de un predicado. De este modo, hay fórmulas que no son ni verdaderas ni falsas. En una teoría paracompleta de la vaguedad, los casos limítrofes de un predicado son entendidos como casos semánticamente indeterminados (es decir, hay objetos que no satisfacen ni un predicado ni su negación). Por lo tanto, es mejor entender las fórmulas que expresan casos limítrofes, A y $\neg A$, como indeterminadas respecto de la verdad y la falsedad (en el modelo).

Definición (consecuencia lógica en K3). $\Gamma \models_{K3} A$ sii para cada interpretación M bajo g , si $v_{M,g}(\gamma)=1$ para todos los $\gamma \in \Gamma$, entonces $v_{M,g}(A)=1$.

La relación de consecuencia lógica se sigue entendiendo como preservación de verdad. En esta lógica, los modelos que hacen verdaderas a las premisas pero falsa o indeterminada a la conclusión constituyen contraejemplos a la validez.

K3 es una sublógica de la lógica clásica (es decir, las inferencias válidas de K3 son un subconjunto propio del conjunto de inferencias válidas de CL), y se caracteriza por ser una lógica paraconsistente:

Definición (paraconsistitud). Una lógica es *paraconsistente* si y sólo si $\not\models A \vee \neg A$ (es decir, si la ley de tercero excluido no es universalmente válida).

Una particularidad de K3 es que no posee fórmulas universalmente válidas (para toda fórmula A , siempre habrá una valuación que le asigne $\frac{1}{2}$ a todas las fórmulas atómicas de A , y por lo tanto, $\not\models_{K3} A$). Esto es visto por muchos lógicos como una desventaja de K3. Si bien la invalidez de la ley de tercero excluido es vista como un rasgo deseable, la invalidez de otros principios lógicos, como el principio de identidad ($\not\models_{K3} A \rightarrow A$), parece excesiva.

A nivel metateórico, cabe señalar que en K3 uno de los lados del metateorema de la deducción deja de ser válido:

$$\Gamma \models A \rightarrow B \Rightarrow \Gamma, A \models B$$

Pero $\Gamma, A \models B \not\Rightarrow \Gamma \models A \rightarrow B$

El contraejemplo está dado por el caso en que $\Gamma = \emptyset$ y $A \models A$ (porque todo modelo en el cual A es verdadera es también un modelo en el cual A es verdadera), pero como K3 no tiene verdades lógicas, entonces el principio de identidad falla ($\not\models A \rightarrow A$).

3.2.2.2. La lógica paraconsistente LP

La lógica de las paradojas [*logic of paradox*] o LP de primer orden, llamada así por Priest (1979), se caracteriza a partir de la estructura $E_{LP} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{Q} \rangle$, donde:

- $\mathcal{V} = \{1, \frac{1}{2}, 0\}$
- $\mathcal{D} = \{1, \frac{1}{2}\}$
- $\mathcal{C}_{LP} = \mathcal{C}_{SK}$
- $\mathcal{Q}_{LP} = \mathcal{Q}_{SK}$

La lógica basada en modelos paraconsistentes y en la estructura E_{LP} , que toma al esquema de valuación SK e interpreta el valor 1 como *verdadero*, 0 como *falso* y $\frac{1}{2}$ como un *glut* (esto es, ‘verdadero y falso’, ‘semánticamente sobredeterminado’ o ‘cúmulo de verdad’) se conoce como LP.

Como las interpretaciones de LP no necesariamente cumplen con la condición de exclusividad, hay modelos en los que hay objetos (o tuplas de objetos) que pertenecen tanto a la extensión como a la anti-extensión de un predicado. De este modo, hay fórmulas que son verdaderas y falsas.

Una de las principales motivaciones filosóficas detrás de la paraconsistencia es el *dialeteísmo*, que puede describirse como la tesis según la cual algunas contradicciones son verdaderas, o como la tesis según la cual algunas fórmulas son verdaderas y falsas a la vez.

En una teoría paraconsistente de la vaguedad, los casos limítrofes de un predicado son entendidos como casos semánticamente sobredeterminados (es decir, hay objetos que satisfacen tanto un predicado como su negación). Por lo tanto, es mejor entender las fórmulas que expresan casos limítrofes como *dialeteias* (es decir, como contradicciones verdaderas, o como fórmulas A y $\neg A$ que son ambas verdaderas y falsas a la vez).

Definición (consecuencia lógica en LP). $\Gamma \models_{LP} A$ sii para cada interpretación M bajo g , si $v_{M,g}(\gamma) = 1 \in \{1, \frac{1}{2}\}$ para cada $\gamma \in \Gamma$, entonces $v_{M,g}(A) \in \{1, \frac{1}{2}\}$.

En esta lógica, las valuaciones que hacen verdaderas (esto es, sólo verdaderas o verdaderas y falsas) a las premisas pero sólo falsa a la conclusión constituyen contraejemplos a la validez. Cabe señalar que otra manera de entender la relación de consecuencia de LP es en términos de preservación de falsedad de conclusión a premisas (“si la conclusión es (sólo) falsa, entonces al menos una de las premisas es (sólo) falsa”).

LP también es una sublógica de la lógica clásica (es decir, tiene menos inferencias válidas que la CL), y en particular, se caracteriza por ser una lógica paraconsistente:

Definición (paraconsistencia). Una lógica es *paraconsistente* sii $A, \neg A \not\vdash B$ o $A \wedge \neg A \not\vdash B$ (es decir, si el principio de explosión no es una inferencia válida).

LP recupera todas las verdades lógicas clásicas (incluido el principio de no contradicción, lo cual puede entrar en conflicto con la idea de “contradicciones verdaderas”). Sin embargo, pierde algunas inferencias clásicamente válidas, como *modus ponens* o silogismo disyuntivo. La pérdida del *modus ponens* resulta inaceptable para muchos autores, ya que se lo considera esencial al significado del condicional.

En comparación a K3, en LP el otro lado del metateorema de la deducción deja de ser válido:

$$\Gamma, A \models B \Rightarrow \Gamma \models A \rightarrow B$$

$$\text{Pero } \Gamma \models A \rightarrow B \not\Rightarrow \Gamma, A \models B$$

Un contraejemplo está dado por el caso en que $\Gamma = \emptyset$ y $\models (A \wedge \neg A) \rightarrow B$, que es una verdad lógica en LP, pero como el principio de explosión no es válido, entonces $A \wedge \neg A \not\models B$.

Finalmente, señalamos que LP y K3 son lógicas *duales*.

Definición (dualidad). Dos lógicas L y L^* son duales si y sólo si para toda inferencia $\Gamma \models A$, se cumple el siguiente hecho:

$$\Gamma = \{A_1, \dots, A_n\} \models_L B \Leftrightarrow \neg B \models_{L^*} \{\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n\}$$

La prueba puede verse en Cobreros (2013). La dualidad de ambas lógicas se ve en el hecho de que el principio de explosión es inválido en LP, mientras que la regla llamada “implosión” es inválida en K3:

$$A \wedge \neg A \not\models_{LP} B \Leftrightarrow \neg B \not\models_{K3} \neg A \vee A$$

Por último, cabe señalar que mientras K3 comparte las mismas contradicciones (*i.e.* fórmulas que reciben valor 0 en todo modelo) que la lógica clásica, mientras que LP conserva todas las verdades lógicas (*i.e.* fórmulas que reciben sólo valores designados en todos los modelos) de CL.

3.2.2.3. La lógica no transitiva ST

La lógica ST [*strict-tolerant*], originalmente presentada en Cobreros et al. (2012), interpreta las conectivas lógicas y cuantificadores del mismo modo que SK. Sin embargo, tiene algunas diferencias fundamentales con los sistemas presentados hasta ahora.

En primer lugar, si bien su semántica está constituida por las mismas funciones de verdad que K3 y LP, los valores veritativos reciben una interpretación filosófica distinta a la de estos sistemas: el valor 1 es leído como *verdad estricta*, el 0 es la *falsedad* (estricta) y el valor $\frac{1}{2}$ debe ser leído como *verdad tolerante*. A diferencia de las lógicas antes vistas, la interpretación del valor no clásico no parece asimilable a un *glut* o un *gap*, sino que es interpretado como un valor veritativo que sirve de meta al acto de habla que el colectivo CERvR denomina “aserción

tolerante”¹. Decimos que una fórmula A es *estrictamente verdadera* en M siempre y cuando $v_{M,g}(A) = 1$, y es *tolerantemente verdadera* en M si y sólo si $v_{M,g}(A) \geq \frac{1}{2}$ (todas las fórmulas estrictamente verdaderas son también tolerantemente verdaderas, pero la inversa no siempre se cumple).

En segundo lugar, la relación de consecuencia lógica de ST se aleja de la noción de validez como preservación de valor designado en favor de una relación de consecuencia mixta (*i.e.* con un estándar de verdad para las premisas y otro diferente para la conclusión).

Definición (consecuencia lógica en ST). $\Gamma \vDash_{ST} A$ si y sólo si no existe v , tal que $v(\gamma)=1$ para toda $\gamma \in \Gamma$ y $v(A)=0$.

Intuitivamente, la idea es que el estándar de verdad (que sirve de norma de aserción) para la conclusión es más débil que el estándar de verdad (que sirve de norma de aserción) para las premisas (Cobrerros et. al (2017)).

Notablemente, el conjunto de inferencias ST-válidas es el igual al conjunto de inferencias CL-válidas. La noción de contraejemplo a la validez es idéntica en ST y CL: los argumentos inválidos son aquellos en los que las premisas son 1 y la conclusión es 0. En cambio, un argumento es válido en ST siempre y cuando, para todo modelo, si las premisas son estrictamente verdaderas (reciben valor 1), entonces la conclusión es tolerantemente verdadera (recibe valor 1 o $\frac{1}{2}$). Si las premisas son falsas o $\frac{1}{2}$, entonces el argumento es válido independientemente del valor veritativo de la conclusión.

ST es una lógica subestructural, y más específicamente, una **lógica no transitiva**. Las lógicas subestructurales abandonan alguna de las propiedades estructurales que normalmente se atribuyen a la relación consecuencia lógica (*cf.* Tarski (1936)):

¹Creo que no corresponde pensar $\frac{1}{2}$ como un *vacío*, porque las oraciones que toman valor $\frac{1}{2}$ son verdades lógicas, lo cual no sería coherente si no son verdaderas (ni falsas), pero tampoco es coherente pensar $\frac{1}{2}$ como un *cúmulo*, porque los casos en los que las premisas son $\frac{1}{2}$ y la conclusión 0 no constituyen un contraejemplo a la validez (y es por este motivo que el principio de explosión es una inferencia válida en ST). En este sentido, creo que hay dos posibilidades: lo que ellos llaman “verdad tolerante” podría ser un grado de verdad intermedio (leído como “medio verdadero (en un modelo)”), o bien podría tratarse de una aserción lo suficientemente verdadera para la conversación presente (leído como “verdadero (localmente) en este contexto”) (véase la noción de *marcador conversacional* dada en capítulo 5, §3).

Si $A \in \Gamma$, entonces $\Gamma \models A$	(Reflexividad)
Si $\Gamma \models A$ y $A \models B$, entonces $\Gamma \models B$	(Transitividad)
Si $\Gamma \models A$ y $\Gamma \subset \Delta$, entonces $\Delta \models A$	(Monotonía) ²

Desde un punto de vista semántico, la transitividad se sigue del hecho de que la relación de consecuencia está definida como preservación de algún (algunos) valor(es) designado(s). Pero en ST, se abandona la noción de preservación de valor designado en favor de una relación de consecuencia mixta donde el estándar de verdad para las premisas es más alto que el estándar de la conclusión.

En el caso de ST, el contraejemplo a la transitividad está dado por el caso en que el conjunto de premisas Γ es estrictamente verdadero, A es tolerantemente verdadera y B es falsa. En ese caso, el antecedente se cumple ($\Gamma \models A$ y $A \models B$), pero el consecuente no ($\Gamma \not\models B$).

Otra presentación de la semántica estricto-tolerante (originalmente presentada en Cobreros et al. (2012)) define una nueva noción de modelo y asigna tres interpretaciones distintas a cada predicado (una por cada noción de verdad en juego). Las conectivas lógicas y cuantificadores son iguales a las de SK.

Definición (modelo tolerante). Un *modelo tolerante* es un tripló $\langle \mathcal{D}, I, \sim \rangle$ tal que $\langle \mathcal{D}, I \rangle$ es un modelo clásico y \sim es una función que mapea todo predicado P a la relación binaria $t \sim_P t'$ sobre cada $\|t\|, \|t'\| \in \mathcal{D}$. La *relación de similaridad* (o también de *indiferencia* o *indiscriminabilidad*) $t \sim_P t'$ debe leerse como “ t es similar a t' en el aspecto relevante P ”. Sus condiciones de verdad son las siguientes:

$$v_{M,g}(t \sim_P t') = \begin{cases} 1 & |v_{M,g}(Pt) - v_{M,g}(Pt')| < 1 \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

Es decir, $t \sim_P t'$ es verdadero siempre y cuando la diferencia entre $v_{M,g}(Pt)$ y $v_{M,g}(Pt')$ sea 0 o $1/2$.

² Como la relación de consecuencia es una relación entre las premisas, entendidas como un *conjunto* de fórmulas, y otra fórmula que sirve de conclusión, entonces otra propiedad estructural de la relación de consecuencia es la contracción: Si $\Gamma, A, A \models B$, entonces $\Gamma, A \models B$.

Vamos a usar $\llbracket \cdot \rrbracket^c$ para nombrar la *verdad clásica*, mientras que $\llbracket \cdot \rrbracket^t$ nombra la *verdad tolerante* y $\llbracket \cdot \rrbracket^s$ refiere a su dual, la *verdad estricta*. Restringimos la presentación a predicados monádicos:

$$\text{Verdad clásica} \quad \llbracket Pt \rrbracket^c = 1 \text{ sii } \llbracket t \rrbracket^c \in I(P_+)$$

$$\text{Verdad tolerante} \quad \llbracket Pt \rrbracket^t = 1 \text{ sii } \exists d = \llbracket t \rrbracket \llbracket t' \sim_p \llbracket t \rrbracket^c \rrbracket \& \llbracket Pt' \rrbracket^c = 1$$

$$\text{Verdad estricta} \quad \llbracket Pt \rrbracket^s = 1 \text{ sii } \forall d = \llbracket t \rrbracket \llbracket t' \sim_p \llbracket t \rrbracket^c \rrbracket \Rightarrow \llbracket Pt' \rrbracket^c = 1$$

Por ejemplo, para que Pa sea *tolerantemente verdadera*, basta con que a sea similar (en el aspecto relevante P) a al menos un caso clásico de P . En cambio, para que sea *estrictamente verdadera*, a debe ser similar a todos los casos clásicos de P .

De este modo, todos los predicados reciben tres interpretaciones (extensiones) distintas: una clásica (donde P_- es el complemento de P_+), una tolerante (donde P_+ y P_- pueden solaparse) y una estricta (donde P_+ y P_- pueden no ser exhaustivas respecto de los objetos del dominio).

La verdad estricta y la verdad tolerante son duales. Para cualquier fórmula A , se cumple que:

$$\llbracket A \rrbracket^t = 1 \Leftrightarrow \llbracket \neg A \rrbracket^s = 0$$

$$\llbracket A \rrbracket^s = 1 \Leftrightarrow \llbracket \neg A \rrbracket^t = 0$$

Capítulo 1

¿Qué es la vaguedad?

En este capítulo voy a dar una breve introducción a la problemática de la vaguedad. En §1, voy a repasar las notas definitorias de los términos vagos (ausencia de límites precisos, casos limítrofes de aplicación y susceptibilidad a sorites) y mostraré que el llamado “principio de tolerancia”, premisa fundamental de la paradoja de sorites, es central para la comprensión del significado de los predicados vagos. Luego, en §2, estableceré un *desideratum* que nuestra teoría de la vaguedad debería satisfacer. Por último, en §3 haré un repaso por las principales teorías de la vaguedad dadas, señalando defectos y virtudes de cada una, e indicando si cumplen o no con el objetivo establecido en §2. Por último, en §4 aparecen las conclusiones del capítulo.

1. Características de los predicados vagos

La vaguedad es un fenómeno ubicuo en el lenguaje. Es muy difícil encontrar predicados precisos por fuera de la matemática y de las ciencias. Más bien, parece que la mayoría de los predicados del lenguaje natural son vagos. Adjetivos graduables como ‘niño’, ‘alto’, ‘rojo’, ‘rico’ o ‘pelado’, junto con sustantivos escalares como ‘un montón de x ’ o ‘un puñado de x ’ son ejemplos paradigmáticos de expresiones vagas.

En la bibliografía, encontramos al menos tres notas definitorias de los predicados vagos: la ausencia de límites precisos de aplicación, la admisión de casos limítrofes [*borderline cases*] y la susceptibilidad a sorites.

Ausencia de límites precisos de aplicación. Los predicados vagos no poseen (o al menos, no parecen poseer) límites extensionales precisos o ‘puntos de corte’ tajantes entre la extensión y la anti-extensión. Por ejemplo, tomemos ‘rico’ o ‘niño’: no hay un centavo exacto que determine que uno se volvió rico, así como tampoco hay un segundo en el que se deja de ser un niño. Por el contrario, los predicados vagos parecen tener límites borrosos, no nítidos, de aplicación. Esto no

ocurre con los predicados precisos: por ejemplo, ‘impar’ incluye claramente a 3 a la vez que excluye claramente a 2 y a Julio César.

Admisión de casos limítrofes. Hay personas altas, y personas que definitivamente no son altas. Pero también hay personas no son claramente altas o no altas, o cosas que no son claramente de un color o de otro, etc. Se llaman *casos limítrofes* de un predicado a aquellos objetos para los cuales no es evidente si el predicado en cuestión se aplica o no.

Susceptibilidad a sorites. Los predicados vagos son responsables de generar instancias de la paradoja de sorites (paradoja “amontonadora”). Todos estamos dispuestos a reconocer que:

- (i) Una colección de 1.000.000 de granos de arena es un montón de arena.

Asimismo, parece evidente que si sustraemos un solo grano del montón, éste sigue siendo un montón de arena apilada. Y en forma general, parece plausible que:

- (ii) Si una colección de n granos de arena es un montón de arena, entonces una colección de $n-1$ granos de arena continúa siendo un montón de arena.

Sin embargo, tras 999,999 aplicaciones de la instanciación del universal y *modus ponens*, obtenemos que:

- (iii) Una colección de 1 grano de arena es un montón de arena.

Dado que, evidentemente, un único grano de arena no es un montón de arena, la lógica clásica nos dice que estas proposiciones, por más verdaderas que parezcan, conducen a una contradicción y que, por lo tanto, no pueden ser todas verdaderas al mismo tiempo.

A diferencia de otras paradojas, el argumento de sorites no tiene una estructura lógica única, sino que puede formularse empleando distintas conectivas lógicas. Por ejemplo:

Sorites universal (inductivo)	$\forall x (Px_n \rightarrow Px_{n+1}), Pa_1, \neg Pa_{100} \models \perp$
Sorites universal c/ conjunción negada	$\forall x \neg(Px_n \wedge \neg Px_{n+1}), Pa_1, \neg Pa_{100} \models \perp$
Sorites existencial	$\neg \exists x (Px_n \wedge \neg Px_{n+1}), Pa_1, \neg Pa_{100} \models \perp$
Sorites particular condicional	$Pa_1 \rightarrow Pa_2, Pa_2 \rightarrow Pa_3, \dots, Pa_1, \neg Pa_{100} \models \perp$
Sorites particular c/ conjunciones negadas	$\neg(Pa_1 \wedge \neg Pa_2), \neg(Pa_2 \wedge \neg Pa_3), \dots, Pa_1, \neg Pa_{100} \models \perp$

A pesar de las distintas presentaciones, un argumento debe cumplir una serie de requisitos para ser considerado una instancia de la paradoja de sorites. Siguiendo a Gómez-Torrente (2014), debe contar con: (i) un caso positivo de aplicación del predicado (la premisa Pa_1 en los argumentos soríticos de arriba), (ii) un caso negativo de aplicación (la premisa $\neg Pa_{100}$) y (iii) alguna formulación del *principio de tolerancia*: alguna proposición (o conjunto de proposiciones) que exprese la idea de que los predicados vagos toleran cambios pequeños, o lo que es lo mismo, que no trazan distinciones entre cosas que varían levemente.

Por ejemplo, si ‘ a_1 es un niño’ es verdadero, y a_2 nació un día después que a_1 , entonces ‘ a_2 es un niño’ también debería ser verdadero ya que, intuitivamente, el predicado ‘niño’ no parece trazar distinciones por 1 día de diferencia. De este modo, se puede armar una cadena de condicionales: $Na_1 \rightarrow Na_2, Na_2 \rightarrow Na_3 \dots$ y así sucesivamente (dando lugar a un sorites particular condicional). Generalizando este principio, podemos decir, por ejemplo, que no hay ninguna cantidad de pelos tal que hay alguien que tiene n pelos y es obviamente pelado, pero alguien con un pelo más no lo es. Formalmente: $\neg \exists x (Px_n \wedge \neg Px_{n+1})$ (sorites existencial). También se puede decir que, para todo par de alturas que consideremos, si una persona es alta a los n milímetros, entonces otra persona con 1 milímetro menos también lo es: $\forall x (Ax_n \rightarrow Ax_{n-1})$ (sorites inductivo).

Una diferencia crucial entre las premisas radica en que, *prima facie*, la verdad de (i) y (ii) se funda en hechos del mundo y se justifica mediante observaciones. En cambio, la premisa (iii), que afirma la presunta naturaleza tolerante que exhiben esta clase de predicados, se justifica apelando al significado mismo de los predicados vagos. En este sentido, parece ser la responsable de generar la paradoja, y es la que más atención ha recibido en la literatura.

1.1. El principio de tolerancia

Fue Wright (1975) quien acuñó el término y sugirió que los predicados vagos se caracterizan por satisfacer el principio de tolerancia. Su formulación original es:

“Un predicado F es tolerante respecto de ϕ si hay algún grado positivo de cambio en relación a ϕ que es insuficiente para afectar la justicia con la que F se aplica a un caso particular.” (Wright, 1975: 334)

Por lo general, los predicados vagos tienen asociados valores susceptibles de ser ordenados serialmente (por ejemplo, una serie de alturas para ‘alto’, o de nanómetros en el caso de los

colores, etc.). En una serie sorítica, cada uno de los valores es marginalmente diferente del siguiente. El principio de tolerancia sostiene que, para cualesquiera objetos vecinos en la serie sorítica, o bien el predicado se aplica a ambos, o bien no se aplica a ninguno (porque las diferencias marginales en edad, altura, etc. no afectan la justicia con la que se aplican predicados etarios, de estatura, etc.).

Este principio, además de ser sumamente intuitivo, parece estar íntimamente ligado al significado de los predicados vagos, y da cuenta de por qué los razonamientos soríticos son propiamente *paradojas*³ y no meras reducciones al absurdo (*cf.* Teijeiro (2015), (2018)). A pesar de su atractivo, dada su capacidad de generar argumentos soríticos, el principio de tolerancia conduce a la inconsistencia en casi cualquier lógica. Por este motivo, es uno de los principales temas de debate entre los teóricos de la vaguedad.

Veamos qué ocurre en la lógica clásica. Dado un predicado vago P y una serie ordenada de objetos $o_1 \dots o_{100}$, en la cual el primero es claramente P y el último claramente no lo es, el principio de tolerancia puede expresarse mediante la siguiente **premisa inductiva**:

$$\forall x (Px_n \rightarrow Px_{n+1})$$

Se llama “premisa inductiva” ya que reemplaza el conjunto de premisas condicionales particulares ($Pa_1 \rightarrow Pa_2, Pa_2 \rightarrow Pa_3, \dots$) por una única premisa universal y la paradoja de sorites procede mediante inducción matemática. Esto es, con esta premisa y un caso positivo de aplicación Pa_n que sirva de caso base, podemos inferir Pa_m para cualquier $m > n \in \mathbb{N}$.

Esta premisa es falsa en lógica clásica, dado que todos los predicados tienen extensión y anti-extensión exhaustivas y mutuamente excluyentes respecto de los objetos del dominio. Asimismo, la falsedad de este principio equivale a la verdad del siguiente existencial⁴ indeseable:

³Aquí estoy siguiendo la definición ya clásica de *paradoja* dada por Sainsbury (2009): se trata de un razonamiento aparentemente aceptable, que parte de premisas aparentemente aceptables, para arribar a una conclusión aparentemente inaceptable. En la “Introducción” dada en Barrio (2014a) se presentan críticamente ésta y otras definiciones de paradoja.

⁴Por el principio del menor número, equivalente al principio de inducción matemática, se sigue que todo conjunto no vacío de números naturales tiene un miembro que es el menor número. De este modo, por ejemplo, si tenemos el predicado ‘ x es pelado’ y una serie ordenada de hombres con n número de pelos, tiene que haber un primer miembro de la anti-extensión, *i.e.* un primer hombre con $n+1$ pelos que no es pelado.

$$\exists x (Px_n \wedge \neg Px_{n+1})$$

Que afirma la existencia de un punto de corte entre los objetos del dominio que son P y aquellos que no son P . Esto resulta sumamente contraintuitivo porque, como ya vimos, unos de los rasgos definitorios de los predicados vagos es la ausencia de límites precisos de aplicación.

Este tratamiento sumamente contraintuitivo de los predicados vagos y del principio de tolerancia (rasgo central del significado de éstos) motivó el surgimiento de un gran número de teorías lógicas no clásicas de la vaguedad. Antes de proceder a revisar cada una, quiero dejar establecido *desideratum* central para la teoría de la vaguedad que quiero presentar en esta tesis.

2. *Desideratum de una teoría lógica de la vaguedad*

Una teoría lógica de los predicados vagos debería brindar una explicación de la paradoja de sorites que determine si el argumento sorítico es válido o inválido, o si alguna de sus premisas no es verdadera. Incluso si el argumento es inválido, es de vital importancia determinar qué valor veritativo recibe el principio de tolerancia, la premisa principal del argumento sorítico.

Este principio nos enfrenta a un dilema. La premisa inductiva no puede ser verdadera, no sólo porque conduce a la paradoja de sorites, sino también por un segundo motivo: en algún momento de la cadena sorítica, la aplicación del predicado debe cesar. Por ejemplo, tomemos la serie de valores que va de \$1,000,000 a \$1. Normalmente, asumimos que alguien con \$1M en su cuenta bancaria es rico, y que alguien con \$1 no lo es. Si se realiza una marcha forzada por cada uno de los importes, ningún hablante va a seguir empleando ‘rico’ hasta llegar a \$1, porque el uso competente del predicado supone que su aplicación debe cesar en un punto. Por lo tanto, el principio de tolerancia (en cualquiera de sus formulaciones) no puede ser verdadero, ya que si un hablante competente es llevado a lo largo de una serie sorítica, en un momento dado va a dejar de aplicar el predicado.

Pero el principio de tolerancia tampoco puede ser falso, porque si lo fuera, entonces ¿por qué no podemos señalar qué instancia es la que hace falsa a la premisa inductiva? Además, esto equivaldría a la verdad del existencial que afirma que hay un punto de corte entre la extensión y la anti-extensión. Entonces, habría un importe que separaría a los ricos de los no ricos. Pero cualquier par de objetos que seleccionemos como corte va a aparecer igual de arbitrario: ¿por

qué en vez de $n-1$ y n , no elegir el par siguiente, n y $n+1$? Cualquiera de los candidatos queelijamos van a parecer igual de inadecuados.

Por lo tanto, queda establecido el primer *desideratum* de la teoría de la vaguedad que quiero brindar: que en esta teoría lógica, el principio de tolerancia no sea ni verdadero ni falso.

A continuación, vamos a revisar algunas de las teorías de la vaguedad presentes en la literatura, para ver cuáles cumplen con este objetivo y cuáles no.

3. Teorías de la vaguedad

¿Cómo responder ante el desafío planteado por los predicados vagos? Una opción consiste en aceptar el resultado absurdo, “morder la bala” y concluir que los predicados vagos son incoherentes (e.g. el **incoherentismo** de Dummett (1975)). Pero considerando lo exitosa que es la comunicación con predicados vagos en la vida cotidiana, esta solución parece algo extrema.

La mayoría de las respuestas a la paradoja de sorites muestran que, o bien no todas las premisas son verdaderas, o bien que el razonamiento sorítico es inválido.

Dado el gran número de propuestas que hay, he decidido clasificar las soluciones dadas a la paradoja de sorites en dos grandes grupos, según dónde sitúan el *origen* de la vaguedad: a nivel del conocimiento, del significado o a nivel del uso⁵.

3.1. Vaguedad como problema epistémico: el epistemicismo de Williamson

Dentro de las explicaciones epistémicas del fenómeno de la vaguedad, la propuesta más difundida es la de Williamson (1992) (1994).

Para el epistemicista, no hay diferencias a nivel lógico o semántico entre los predicados vagos y precisos. Todos los predicados, vagos o no, poseen una extensión clásica. Cada objeto del dominio pertenece o bien a la extensión o bien a la anti-extensión: no hay otra alternativa.

La diferencia con los predicados precisos no se produce a nivel lógico o semántico, sino a nivel epistemológico: en el caso de los predicados vagos, el límite entre P y $\neg P$ es incognoscible. Los

⁵Dejo de lado las teorías *ontológicas* de la vaguedad, que postulan que la realidad es vaga y el lenguaje natural sólo refleja esa vaguedad presente en los objetos y/o propiedades de los objetos. También dejo fuera las propuestas *contextualistas* que toman a la vaguedad como un fenómeno puramente pragmático.

casos limítrofes serían aquellos objetos de los que desconocemos si pertenecen a la extensión o a la anti-extensión (pero pertenecen necesariamente a una y sólo una).

La vaguedad es un tipo de ignorancia, según Williamson (1994). Hay un número determinado (pero desconocido) de pelos n , tal que una persona con n pelos es pelada mientras que otra con $n+1$ pelos no lo es. Sin embargo, somos incapaces de saber en qué momento de la serie se produce el cambio. Se trata de una ignorancia por principio.

El epistemicismo retiene completamente la lógica clásica. El existencial que afirma que hay un punto de corte es verdadero y el principio de tolerancia es falso; así soluciona el epistemicista el argumento de sorites. Sin embargo, nunca podremos determinar qué instancias hacen falsa a la premisa inductiva y verdadero al existencial.

Pero para resolver la paradoja de sorites no basta con mostrar por qué las premisas que tomamos de punto de partida son incorrectas; también es necesario dar una explicación de por qué resultan psicológicamente atractivas a pesar de ello. La respuesta de Williamson (1992) es que nos *parece* que los predicados vagos se rigen por el principio de tolerancia:

(PT) Si la diferencia entre x e y no excede α y x es F, entonces y es F.

Pero, en realidad, se rigen por otra clase de principio. El conocimiento relativo a la aplicación de predicados vagos es inexacto. Al estar lidiando con conocimiento inexacto, hay que dejar un *margen para el error*. De este modo, los predicados vagos no se rigen por el principio de tolerancia sino por un principio de margen de error [*margin for error principle*]:

(PME) Si es conocido con certeza que x es F dentro del margen α , y la diferencia entre x e y no excede ese margen, entonces y también es F.

Por ejemplo, podemos afirmar de un objeto que es amarillo si conocemos que otros objetos lo suficientemente similares son amarillos (es decir, si se asemeja a casos claros de aplicación). Si se trata de un caso limítrofe de amarillo, ocurre que los objetos similares son algunos amarillos y otros no. En ese caso, no estamos autorizados a hacer la aserción de que ese objeto (no) es amarillo, porque no sabemos si es amarillo o no.

Por principio, no podemos conocer dónde se ubica el punto de corte. Luego, la imposibilidad de conocer al par de objetos adyacentes que satisfacen el existencial nos conduce erróneamente a la

creencia de que no existe ese par. El principio de tolerancia es falso pero sumamente intuitivo porque como ignoramos el punto de corte, pensamos (erróneamente) que no existe tal punto.

Objeciones al epistemicismo

El problema de la locación. Todos los predicados tienen extensiones clásicas. De este modo, por ejemplo, hay una estatura exacta que divide a quienes son altos de quienes no lo son. Supongamos que se comienza a ser alto a los 1,75 metros. ¿Por qué no a los 1,74 o 1,76 metros? ¿Por qué el límite está *abi*? En el caso de los predicados vagos, ¿qué determina la locación del límite? Esto nos conduce al siguiente problema.

Uso y significado. A nivel del significado encontramos extensiones clásicas, pero esos límites no se hacen presentes en nuestro uso de los predicados vagos. Entonces, los puntos de corte son parte del significado de los predicados vagos, pero serían inaccesibles para los usuarios del lenguaje (sería una suerte de “significado secreto”). Esta objeción aparece formulada muy claramente por Graham Priest:

“El significado de los predicados vagos no es determinado por un ser omnisciente de manera lógicamente perfecta. Los predicados vagos son parte de *nuestro* lenguaje. Por consiguiente, su significado debe ajustarse al uso que hacemos de ellos. Así, es difícil ver cómo podría haber un corte semántico *por principio* inaccesible [...] la suposición de que ese corte existe aparece como una forma de misticismo semántico.” (Priest, 2019: 146-7; énfasis del autor)

Siguiendo a Smith (2008), las teorías lógicas con más de dos valores de verdad tienen la ventaja de que permiten restaurar el paralelismo entre uso y significado, mediante la postulación de otros valores veritativos además de la verdad y la falsedad.

3.2. Vaguedad como problema semántico: teorías no clásicas de la vaguedad

Para el epistemicista, todas las oraciones son o bien verdaderas o bien falsas, y no hay más alternativas desde el punto de vista semántico. Sin embargo, los hablantes parecen tener al menos tres actitudes respecto de las oraciones que involucran predicados vagos: afirmación, rechazo y una tercera actitud intermedia de duda, incertidumbre o resguardo. Las lógicas

trivaluadas postulan un tercer valor de verdad, el cual permite restaurar el paralelismo entre significado y uso que se había perdido en la imagen clásica del epistemicista.

Hay una multiplicidad de lógicas rivales a la lógica clásica que se han postulado como teorías lógicas de la vaguedad. Aquí sólo presentaré aquellas que serán relevantes en el desarrollo de esta tesis.

3.2.1. Paracompletitud y paraconsistencia simples: LP y K3

Las teorías paracompletas sitúan el origen de la vaguedad en una indeterminación a nivel del significado, mientras que las teorías paraconsistentes conciben la vaguedad como un fenómeno de sobredeterminación semántica.

Las lógicas K3 y LP fueron propuestas como lógicas de la vaguedad por Tye (1994) y por Weber (2010) respectivamente, entre muchos otros. Los predicados vagos poseen una extensión y una anti-extensión asociadas. En lógica clásica, todos los objetos del dominio pertenecen o bien al primer conjunto o bien al segundo (exhaustividad) y la intersección entre ambos es vacía (exclusividad). Este no es el caso en las siguientes lógicas.

En el caso de las **teorías paracompletas**, esos conjuntos no son exhaustivos respecto del dominio: hay objetos del dominio (esto es, los casos limítrofes del predicado) que no caen ni en la una ni en la otra. En este sentido, los casos limítrofes deben ser entendidos como semánticamente subdeterminados o indeterminados.

En el caso de las **teorías paraconsistentes**, la extensión y la anti-extensión no son mutuamente excluyentes: hay objetos del dominio (esto es, los casos limítrofes del predicado) que pertenecen a ambos conjuntos. En este caso, los casos limítrofes deben ser entendidos como semánticamente sobredeterminados.

En el caso de LP, el principio de tolerancia recibe valor $\frac{1}{2}$, usualmente leído como ‘verdadero y falso a la vez’. El argumento de sorites es inválido porque descansa en sucesivas aplicaciones del *modus ponens*, regla inferencial que es inválida en esta lógica.

En el caso de K3, la premisa inductiva recibe el valor $\frac{1}{2}$, usualmente leído como ‘ni verdadero ni falso’. Esto se debe a que para cualquier par de instancias adyacentes que elijamos, el condicional es o bien verdadero o bien indeterminado (esto es, ninguna instancia lo hace falso). La fórmula

$\exists x (Px_n \wedge \neg Px_{n+1})$ también es $\frac{1}{2}$, porque ningún par de instancias es verdadera, pero no todas son falsas; algunos son indeterminadas.

Este hecho le da una ventaja decisiva a K3 en comparación a los otros sistemas que veremos. Ya dijimos que el principio de tolerancia no puede ser verdadero (porque la competencia lingüística con ellos lo impide), pero tampoco puede ser falso (porque el significado de los predicados vagos parece excluir la existencia de un punto de corte entre lo P y lo no P). Si interpretamos el valor no clásico de K3 como ‘semánticamente indeterminado’, entonces es posible cumplir con el objetivo propuesto.

Una particularidad de K3 es que no posee fórmulas universalmente válidas. La invalidez de la ley de tercero excluido es comprensible si se parte de que la vaguedad es un tipo de indeterminación semántica. En ese caso, los casos limítrofes constituyen contraejemplos a ley de tercero excluido. Sin embargo, la pérdida de otras verdades lógicas, como el principio de identidad ($\neq_{K3} A \rightarrow A$) o de no contradicción ($\neq_{K3} \neg(A \wedge \neg A)$) suele verse como un resultado indeseable.

3.2.2. Paracompletitud y paraconsistencia débiles: s-valuacionismos

El **supervaluacionismo** (SpV) es, sin duda, la teoría lógica más difundida de la vaguedad. Entre sus adeptos encontramos a Keefe (2003) y Fine (1975). El **subvaluacionismo** (SbV), su lógica dual, es una teoría menos popular de la vaguedad. Hyde (1997) y Cobreros (2010) han escrito defensas del subvaluacionismo como lógica de los predicados vagos.

La principal ventaja que citan los defensores del s-valuacionismo por sobre los sistemas trivaluados veritativo-funcionales vistos es que permiten rescatar las llamadas **conexiones penumbrales**. Fine (1975) defiende que, incluso cuando tratamos con casos indeterminados de ciertos predicados, hay ciertas relaciones lógicas que deben mantenerse incluso en la “penumbra”. Por ejemplo, las oraciones:

Todos los objetos son verdes o no verdes.

Todos los objetos azules son azules.

Si algo es verde, entonces no es azul.

Deberían ser verdaderas, incluso si alguna de sus instancias son indeterminadas. Entonces, al costo de renunciar a la veritativo-funcionalidad de la semántica, se restauran las conexiones penumbrales y las verdades lógicas.

Conceptualmente, el supervaluacionismo se caracteriza por sostener al menos dos tesis: (i) la vaguedad consiste en incompletitud a nivel del significado; (ii) dada esa indeterminación semántica, el significado de los predicados vagos puede completarse de distintas formas, sin por ello violar ninguna norma lingüística.

Respecto de (i), la idea es que nuestras prácticas lingüísticas no determinan límites precisos en la aplicación de los términos vagos. Entonces, no es que hay límites ocultos e incognoscibles, sino que el significado de los predicados vagos es incompleto. Esta motivación filosófica es compatible con otras propuestas paracompletas, como la basada en K3.

Respecto de (ii), el supervaluacionista sostiene que los predicados vagos admiten muchas extensiones posibles (dentro de un rango). En este sentido, no hay un único modelo (clásico) que nos de la interpretación correcta de estos predicados sino que, asumiendo que el significado de los predicados vagos puede completarse de distintas maneras, es necesario observar un conjunto de modelos (clásicos). Estos modelos son las “precisificaciones” posibles del predicado.

Las precisificaciones deben entenderse como candidatos a extensiones que tiene un predicado. En el caso de los predicados precisos, sólo hay *una* precisificación admisible (*e.g.* la única precisificación admisible de ‘ángulo agudo’ es aquella que contiene a los ángulos de menos de 90 grados). En el caso de los predicados vagos, hay diversas precisificaciones posibles, pero no todas ellas son admisibles, sino sólo las que cumplen con los siguientes requisitos:

- Respetan los casos claros de aplicación y de no aplicación del predicado.
- Respetan las conexiones penumbrales.

En las lógicas s-valuacionistas, una oración es *superverdadera* si y sólo si es verdadera en toda precisificación, y es *subverdadera* si y sólo si es verdadera en al menos una.

Los casos limítrofes terminan siendo verdaderos en algunas precisificaciones y falsos en otras. Son *indeterminados* en SpV (ni superverdaderos ni superfalsos), y *sobredeterminados* (subverdaderos y subfalsos) en SbV. Retomando el caso del objeto *b* y el predicado $\forall x$ (‘*x* es

verde'), Vb será verdadero en algunas precisificaciones y falso en otras, pero $Vb \vee \neg Vb$ será verdadero en todas ellas.

Asimismo, la relación de consecuencia lógica puede definirse como preservación de superverdad en todo modelo (también llamada “consecuencia global”, es la relación de consecuencia estándar del SpV) o como preservación de subverdad en todo modelo (también llamada “subconsecuencia”, es la relación de consecuencia estándar para el SbV)⁶.

Con esto, tenemos los siguientes hechos respecto del SpV y del SbV, en relación a CL:

- (i) $\models_{\text{SpV}} A \Leftrightarrow \models_{\text{SbV}} A \Leftrightarrow \models_{\text{CL}} A$
- (ii) $\Delta \models_{\text{SpV}} A \Leftrightarrow \Delta \models_{\text{CL}} A$
- (iii) $B \models_{\text{SbV}} \Psi \Leftrightarrow B \models_{\text{CL}} \Psi$

Ambos conservan todas las verdades lógicas clásicas. El supervaluacionismo conserva todas las inferencias clásicas con múltiples premisas y una única conclusión, y el subvaluacionismo conserva las inferencias clásicas con múltiples conclusiones y una única premisa.

El supervaluacionismo no es un sistema lógico estrictamente paracompleto, ya que la ley de tercero excluido es universalmente válida, por el hecho (i). Asimismo, el subvaluacionismo tampoco es estrictamente paraconsistente, ya que el principio de explosión es válido. Se dice que SpV es débilmente paracompleta y SbV es débilmente paraconsistente, porque debido a la no veritativo-funcionalidad de su semántica, se siguen los siguientes hechos:

- (iv) $B \models_{\text{SpV}} A \vee \neg A$ pero $B \not\models_{\text{SpV}} A, \neg A$ ⁷
- (v) $A \wedge \neg A \models_{\text{SbV}} B$ pero $A, \neg A \not\models_{\text{SbV}} B$ ⁸

En el caso de SpV, la premisa inductiva es superfalsa. Es decir que su negación es superverdadera, y la afirmación $\exists x (Px_n \wedge \neg Px_{n+1})$ también lo es. La diferencia con el caso clásico es que estas

⁶ Otras relaciones de consecuencia posibles se encuentran en Varzi (2007).

⁷ El primer caso es válido porque, como las precisificaciones son clásicas, $A \vee \neg A$ será verdadera en todas (incluso si A es indeterminada). En cambio, el segundo caso es inválido porque B podría ser superverdadera y A ser indeterminada (verdadera en algunas precisificaciones y falsa en otras).

⁸ El primer caso es válido porque, como las precisificaciones son clásicas, $A \wedge \neg A$ será falsa en todas (incluso si A está sobredeterminada). En cambio, el segundo caso es inválido porque A y $\neg A$ podrían ser subverdaderas (verdaderas en algunas precisificaciones y falsas en otras) y B ser falsa en toda precisificación.

fórmulas carecen de testigos: no hay un par de instancias que sean el límite entre lo P y lo no P . De modo que, si bien es verdadero que hay un corte preciso y que el principio de tolerancia es falso, el corte mismo es indeterminado.

En el caso de SbV, el principio de tolerancia es subverdadero y subfalso, pero el argumento sorítico es inválido porque el *modus ponens* es una inferencia que no preserva subverdad.

Objeción a los sistemas multivaluados: la vaguedad de orden superior

La principal objeción contra la adopción de los sistemas multivaluados es que multiplican el problema en vez de erradicarlo. Terminan creando más límites precisos, porque ahora hay tantos puntos de corte como valores veritativos haya. De este modo, las lógicas trivaluadas y los s-valuacionismos abandonan la bipartición clásica entre las cosas que son P y las que no son P en favor de una tripartición entre lo que es definitivamente P , los casos indeterminados o sobredeterminados, y lo que no es P .

Esta objeción a las soluciones multivaluadas a la paradoja de sorites recibe el nombre de **vaguedad de orden superior**, y muchas veces es equiparada con el fenómeno de las *revanchas* en las soluciones a las paradojas semánticas.

3.3. Vaguedad como fenómeno pragmático: la propuesta no transitiva de CERvR

En los últimos años, la lógica estricto-tolerante o ST fue defendida por el colectivo CERvR (Cobrerros, Egré, Ripley y van Rooij) a lo largo de múltiples artículos (Cobrerros et al. (2012) (2015) (2017), entre otros) como teoría lógica de la vaguedad.

Si bien su semántica está constituida por las mismas funciones de verdad que K3 y LP, ST comparte el mismo conjunto de inferencias válidas que CL.

En su tratamiento de la paradoja de sorites, ellos prefieren emplear la relación u operador $x \sim_p y$, que debe leerse como “ x es similar a y en el aspecto relevante P ”, que puede definirse mediante la siguiente tabla:

\sim_p	1	½	0
1	1	1	0
½	1	1	1
0	0	1	1

Por ejemplo, $a \sim_p b$ es verdadero siempre y cuando Pa no sea estrictamente verdadero y Pb sea estrictamente falso, o viceversa. CERvR prefiere presentar el principio de tolerancia haciendo uso de este operador de similaridad:

$$(PT \sim) \forall x \forall y (Px \wedge x \sim_p y \rightarrow Py)$$

Este principio es una fórmula universalmente válida en ST: es trivialmente verdadero respecto de predicados precisos, y tolerantemente verdadero respecto de predicados vagos. $(PT \sim)$ no es estrictamente falso en ningún modelo, y eso lo hace una verdad lógica de ST.

Supongamos que P es un predicado preciso (p. ej., ‘ x es par’) que habla acerca de los números naturales. En este caso, cuando el consecuente es falso (e.g. cuando $g(y) = 3$) el antecedente no podrá ser estrictamente verdadero (e.g. si $g(x) = 2$ entonces Px es verdadera, pero $x \sim_p y$ es falsa; y si $x \sim_p y$ es verdadera, entonces Px es necesariamente falsa). En cambio, si P es un predicado vago (por ejemplo, ‘ x es pobre’), siempre que la conjunción antecedente sea estrictamente verdadera, entonces el consecuente será tolerantemente verdadero. Si $v_{M,g}(Px) = 1$ y $v_{M,g}(x \sim_p y) = 1$, entonces necesariamente se cumple que $v_{M,g}(Py) = 1$ o $v_{M,g}(Py) = \frac{1}{2}$.

El hecho de que $(PT \sim)$ sea una verdad lógica de ST contradice el *desideratum* planteado: el principio de tolerancia no puede ser verdadero (así como tampoco puede ser falso).

Pero si todas las premisas del argumento de sorites son verdaderas, ¿cómo evitar caer en la paradoja? Los defensores de las teorías no transitivas de la vaguedad (principalmente CERvR, pero también Zardini (2019)) justifican la no transitividad como solución a la paradoja de sorites argumentando que, cuando tratamos con secuencias soríticas, hay que razonar con cierto cuidado (e.g. no se pueden encadenar libremente todas las instancias del principio de tolerancia).

“Lo que inmediatamente presenta un problema [no es la validez de las instancias], sino el encadenamiento de estos argumentos locales, vía repetidas aplicaciones de transitividad, en un argumento global.” (Zardini, 2019: 169)

“Para no caer víctima de la paradoja [...] una posible respuesta consiste en [...] decir que cada paso individual del razonamiento sorítico es válido, pero que al encadenar todos esos pasos válidos juntos no se preserva su validez.” (Cobrerros et al., 2017)

Para ilustrar la solución a la paradoja de sorites, supongamos que $v_M(Pa) = 1$, $v_M(Pb) = \frac{1}{2}$ y $v_M(Pc) = 0$. En este caso, $v_M(a \sim_p b) = v_M(b \sim_p c) = 1$ pero $v_M(a \sim_p c) = 0$. De este modo, cada instancia de la cadena sorítica es ST-válida:

$$\begin{aligned} Pa, a \sim_p b &\models_{ST} Pb \\ Pb, b \sim_p c &\models_{ST} Pc \end{aligned}$$

Pero por la falla de transitividad, el argumento $Pa, a \sim_p b, b \sim_p c \not\models_{ST} Pc$ es inválido. Y en general, el siguiente encadenamiento de premisas de similaridad es inválido:

$$\begin{aligned} Pa_1, a_1 \sim_p a_2, \dots, a_n \sim_p a_{n+1} &\not\models_{ST} Pa_{n+1} \\ \text{También: } Pa_1, \forall n (a_n \sim_p a_{n+1}) &\not\models_{ST} Pa_{n+1} \end{aligned}$$

Este enfoque admite que el argumento sorítico tiene premisas verdaderas (al menos tolerantemente) y que es una forma legítima de razonar, pero que requiere de ciertas precauciones (e.g. no iterar o “cortar” indiscriminadamente).

La principal ventaja de este enfoque es su fuerza lógica: ST conserva el principio de tolerancia y todas las verdades lógicas, y en general, todas las inferencias clásicamente válidas (e.g. silogismo disyuntivo, simplificación, *modus ponens*). Sin embargo, pueden esgrimirse una serie de objeciones contra el enfoque no transitivo.

Objeciones contra ST

Vaguedad de orden superior. A ST se le aplica la misma objeción que a los demás sistemas multivaluados: todos los objetos del dominio quedan nítidamente divididos entre los estrictamente P , los tolerantemente P y los estrictamente no P .

No da un tratamiento uniforme de la paradoja de sorites. Como vimos, la motivación filosófica detrás del enfoque no transitivo es que la paradoja de sorites sería un caso de “mala argumentación con buenas premisas”, en palabras de (Zardini, 2019: 169). Es decir, se trata de un razonamiento que involucra premisas verdaderas, pero que no siempre es válido. Como vimos, el encadenamiento sorítico no es un “mal argumento” en virtud de emplear una regla de inferencia inválida (como en el caso de LP o SbV, que solucionan la paradoja invalidando el *modus ponens*), sino porque descansa en el encadenamiento de inferencias que son válidas ‘localmente’ pero que unidas en un único argumento ‘global’ pierden su validez.

El problema es que no todas las presentaciones de la paradoja de sorites son inválidas en ST⁹, entonces esta manera de lidiar con la paradoja de sorites sólo parece dirigida a algunas versiones de la paradoja, pero no da una respuesta uniforme a todas sus presentaciones.

Por ejemplo, supongamos que tenemos el predicado *niño*, y un dominio de personas p_i cuyas edades van desde 1 año hasta los 50 años. Sabemos que ‘una persona de 1 año es un niño’ es estrictamente verdadera, ‘Una persona de 50 años es un niño’ es estrictamente falsa. Entonces, el siguiente argumento es ST-inválido:

$$Np_1, p_1 \sim_N p_2, \dots, p_{49} \sim_N p_{50} \not\equiv_{ST} Np_{50}$$

(aunque para cada i : $Np_i, p_i \sim_N p_{i+1} \equiv_{ST} Np_{i+1}$)

Si bien la cadena sorítica de premisas de similaridad es inválida, otras presentaciones sí son válidas. En particular, los argumentos que tienen al principio de tolerancia como premisa son ST-válidos:

$$Np_1, \forall x \forall y (Nx \wedge x \sim_N y \rightarrow Ny) \equiv_{ST} Np_{50}$$

$$Np_1, \forall x (Nx_n \rightarrow Nx_{n+1}) \equiv_{ST} Np_{50}$$

(Lo mismo ocurre si reemplazamos las premisas universales con sus instancias). Estas presentaciones de sorites sí son ST-válidas a pesar de que la conclusión sea falsa, porque el principio de tolerancia no es estrictamente verdadero, y el caso “premisas tolerantemente verdaderas-conclusión falsa” no constituye un contraejemplo a la validez en ST.

⁹Esta objeción está dirigida a ST pero podría no trasladarse a otras lógicas no transitivas, como las “lógicas tolerantes” de Zardini (2008).

Entonces, una primera objeción es que, dado que la paradoja es la misma, cabría esperar que todas sus presentaciones reciban un tratamiento uniforme. Pero esto no ocurre en ST: algunas presentaciones del argumento no son válidas, y algunas sí lo son.

Además, según los defensores del enfoque no transitivo, una de las ventajas decisivas de su teoría frente a otras teorías rivales de la vaguedad es la conservación del principio de tolerancia: en ST, el principio de tolerancia es verdadero (aunque sea tolerantemente verdadero). Pero si el principio de tolerancia es verdadero en algún nivel, entonces resulta extraño que de *premisas verdaderas* (verdaderas en mayor o menor medida, pero verdaderas al fin) se siga una *conclusión falsa* (ya que es estrictamente falso que una persona de 50 años sea un niño).

Esto es mucho más fácil de entender si cambiamos la interpretación filosófica del valor $\frac{1}{2}$. Si entendemos $\frac{1}{2}$ como “indeterminado” y la relación de consecuencia se sigue entendiendo de forma clásica (*i.e.* preservación de verdad), entonces el argumento de sorites es un argumento válido en virtud de que “de lo indeterminado puede seguirse cualquier cosa”.

4. Conclusión

En este capítulo repasé las principales características de los predicados vagos (ausencia de límites precisos, casos limítrofes de aplicación y susceptibilidad a sorites) y presenté al principio de tolerancia como premisa fundamental de la paradoja de sorites. Luego, establecí como *desideratum* de una teoría de la vaguedad que el principio de tolerancia no sea ni verdadero (porque la competencia lingüística con ellos lo impide) ni falso (porque el significado de los predicados vagos excluye la existencia de un punto de corte entre su extensión y anti-extensión).

Finalmente, presenté las principales teorías de la vaguedad, prestando atención a cómo solucionan la paradoja de sorites y cómo valúan el principio de tolerancia, señalando las principales ventajas y desventajas de cada una de ellas. Entre los sistemas presentados, sólo K3 (de primer orden), un sistema paracompleto que asigna el valor intermedio ‘ $\frac{1}{2}$ ’ al principio de tolerancia y su negación, es capaz de cumplir con el *desideratum* planteado.

En los capítulos siguientes voy a defender que una solución paracompleta es la vía más acertada para tratar con los predicados vagos. Para eso, voy a motivar la interpretación del valor no clásico $\frac{1}{2}$ como “semánticamente indeterminado” recurriendo tanto a resultados experimentales del ámbito de la psicología de la vaguedad (cap. 2), como a argumentos filosóficos en favor de la vaguedad como indeterminación y del rechazo de la ley de tercero excluido (cap. 3).

Capítulo 2

La psicología de la vaguedad

En este capítulo voy a repasar los resultados experimentales del ámbito de la psicología de la vaguedad. En §1 voy a dar un argumento a favor de la necesidad de recurrir a datos experimentales en torno a la vaguedad. Luego, en §2 dividiré los resultados experimentales en aquellos relativos a proposiciones atómicas y aquellos relativos a proposiciones compuestas, y explicaré por qué son incompatibles con las teorías de la vaguedad presentadas en el capítulo anterior, a excepción de K3. En §3 responderé objeciones relativas al uso de datos empíricos en lógica. Finalmente, en §4 aparecen las conclusiones del capítulo y lo que queda por tratar en los capítulos siguientes.

1. Datos empíricos

En la bibliografía, encontramos muchas veces que los teóricos de la vaguedad apelan a datos empíricos para respaldar sus propuestas. Hay dos clases de datos empíricos: los datos provenientes de las intuiciones y los datos provenientes de resultados experimentales.

En cuanto a los primeros, parece haber tantas intuiciones como teóricos de la vaguedad. A algunos autores les parece contraintuitivo que las contradicciones reciban cualquier valor distinto de ‘falso’, mientras que otros intuyen que pueden recibir un valor de verdad mayor (y, por consiguiente, que podemos hablar significativamente empleando contradicciones). Por ejemplo:

“¿Cómo podría una contradicción explícita ser verdadera en cualquier grado mayor a 0?”
(Williamson 1994: 136)

“Tras la debida inspección, parece que estamos comprometidos con una contradicción: [la creencia de] que ningún objeto de la lista es el punto de corte, y [la creencia de] que algún objeto lo es.” (Weber 2010: 1029)

Del mismo modo, autores como Fine (1975) sostienen que la asignación de valores del supervaluacionismo, que hace verdaderas a las verdades lógicas incluso si sus componentes son indeterminados, es intuitivamente correcta, mientras que otros niegan tener la intuición de las conexiones penumbrales. Por ejemplo:

“El principio del tercero excluido [...] no se aplica a situaciones en las cuales uno lidia con clases que no poseen límites precisos definidos.” (Zadeh 1982: 292)

“Si Jim es un caso limítrofe de alto, la aserción ‘o bien Jim es alto o bien no lo es’ nos parece incorrecta.” (MacFarlane 2010: 458)

En mi opinión, este conflicto de intuiciones es indicativo de dos cosas. En primer lugar, es señal de que ningún argumento basado en intuiciones puede servir de “argumento definitivo” en favor de una teoría lógica de la vaguedad. Así, por ejemplo, el argumento de la preservación de las conexiones penumbrales que el supervaluacionista esgrime contra otras posiciones que preservan la composicionalidad no puede ser *el único* argumento en favor del SpV.

En segundo lugar, dada esta multiplicidad de intuiciones en conflicto entre sí, me parece más prudente evaluar el segundo tipo de datos empíricos: los resultados experimentales.

2. Resultados obtenidos en estudios experimentales

Haré un recorrido general de los resultados obtenidos en el ámbito de la psicología de la vaguedad, y explicaré por qué apoyan la tesis de la vaguedad como un tipo de indeterminación semántica.

2.1. Proposiciones atómicas

2.1.1. Vacíos extensionales

N. Bonini, D. Osherson, R. Viale & T. Williamson (de ahora en más, BOVW) llevaron a cabo 6 estudios cuyos resultados fueron reportados en Bonini et al. (1999). En cada estudio, dividieron a los participantes en dos grupos: los juzgadores de verdad (JV) y los juzgadores de falsedad (JF). A cada uno de ellos les hicieron preguntas destinadas a evaluar la representación mental de predicados vagos, y en particular, de sus límites extensionales. Al grupo (JV) se le pidió que señalen hasta qué valor (en una escala dada) un predicado se aplica con verdad, y al segundo

grupo se le pidió que señalen hasta qué valor (en esa misma escala) el mismo predicado se aplica con falsedad.

Por ejemplo, en el caso del predicado ‘alto’ y una escala en centímetros, las preguntas fueron:

(JV) ¿Cuándo es verdadero decir que un hombre es “alto”? Por favor, indique la menor estatura que, en su opinión, hace verdadero decir que un hombre es “alto”. Es verdadero decir que un hombre es alto si su estatura es mayor o igual a ____ centímetros.

(JF) ¿Cuándo es falso decir que un hombre es “alto”? Por favor, indique la mayor estatura que, en su opinión, hace falso decir que un hombre es “alto”. Es falso decir que un hombre es alto si su estatura es menor o igual a ____ centímetros.

En todos los estudios obtuvieron vacíos o *gaps* entre la extensión y anti-extensión de los predicados. Esto es, el promedio de los (JV) siempre resultó, en todos los casos, significativamente mayor al de los (JF), dejando un espacio indeterminado. Por ejemplo, en el caso de ‘viejo’:

Predicado	Grupo	Estudio 1	Estudio 2	Estudio 4	Estudio 5	Estudio 6
x es viejo (edad en años)	JV	74,3	76,5	68,1	73,09	66,3
	JF	64,1	62,2	58,6	59,7	61,6

Estos resultados desacreditan las teorías paraconsistentes, ya que si partimos de la hipótesis según la cual los casos limítrofes son *gluts*, entonces debería ocurrir lo contrario: el promedio de los (JF) debería ser significativamente mayor al de los (JV), creando un solapamiento de valores.

Sorprendentemente, para BOVW los resultados se ajustan mejor a la hipótesis epistémica clásica, que enuncian del siguiente modo:

“el sujeto S se representa mentalmente los predicados vagos de la misma forma que otros predicados con límites precisos entre verdad/falsedad, pero la locación de éstos le resulta incierta a S” (Bonini et al., 1999: 387)

Para ellos, los supuestos *gaps* no serían tales, sino que serían el resultado de un sesgo de los hablantes, que perciben a los errores por comisión como “más graves” que los errores por omisión. Este sesgo resulta en una preferencia por escribir un valor del que están seguros y

omitir aquellos de los que desconfían (error por omisión, *i.e.* error por no aplicación de un predicado), en lugar de enunciar un valor que pueda ser considerado falso (error por comisión, *i.e.* error por falsa aplicación de un predicado).

Sin embargo, a pesar de la defensa de BOVW de la teoría epistemicista, no queda duda que los resultados que presentan brindan apoyo inductivo a la hipótesis paracompleta.

2.1.2. Preferencia por rechazar una proposición en lugar de aceptar su negación

Alxatib & Pelletier (2011a/b) presentaron a los participantes con la misma imagen de una rueda de reconocimiento policial con 5 sospechosos de distinta estatura (véase la Figura 1).



Figura 1. Rueda de reconocimiento

A cada uno se le dió una ficha por cada sospechoso, en la que se pedía que chequeen las casillas “Verdadero”, “Falso” o “*Can’t tell*”¹⁰ ante cuatro oraciones:

1. El sospechoso [número n] es alto.
2. El sospechoso [número n] no es alto.
3. El sospechoso [número n] es alto y no alto.
4. El sospechoso [número n] no es ni alto ni no alto.

Las respuestas a (3) y (4) serán evaluadas en la sección 2.2. Aquí nos interesa tratar las respuestas a las oraciones (1) y (2) (de ahora en más, formalizadas como Ta_n y $\neg Ta_n$ respectivamente, donde Tx es ‘ x es alto’ y la constante a_n denota al sospechoso número n).

¹⁰Esta opción apenas fue usada por los participantes a lo largo del estudio, y por eso omitiré los resultados relativos a ‘*Can’t tell*’.

Alxatib & Pelletier observan que, si partimos de suponer que ‘falso’ es un signo del *rechazo* y ‘verdadero’ de la *aceptación* (lo cual parece sumamente plausible en este contexto, dado que las opciones están limitadas a 3), entonces observamos que los participantes tienen una preferencia por rechazar una proposición en lugar de aceptar su negación (es decir, hay más participantes que respondieron que A es falsa que aquellos que marcaron que $\neg A$ es verdadera).

Esto se explica fácilmente si entendemos a los casos limítrofes como semánticamente subdeterminados (es decir, si interpretamos el valor $\frac{1}{2}$ como un *gap* en lugar de un *glut*). En general, las **teorías paracompletas** predicen una preferencia por el rechazo, porque lo no verdadero será rechazado (es decir, todas las fórmulas *gappy* y falsas, $\frac{1}{2}$ y 0, serán rechazadas). En cambio, las **teorías paraconsistentes** predicen una preferencia por la aceptación, porque todo lo verdadero será aceptado (es decir, todas las fórmulas *glutty* y verdaderas, $\frac{1}{2}$ y 1, serán aceptadas).

En el caso del hombre Nro. 2 (el caso limítrofe de la rueda de sospechosos, el tercero más alto después del Nro. 1 y el Nro. 4), el porcentaje de verdaderos/falsos aparece detallado en el siguiente cuadro:

	Verdadero	Falso
Oración (1): Ta_2	46,1%	44,7%
Oración (2): $\neg Ta_2$	25,0%	67,1%

Ahora, asumiendo como hipótesis auxiliar que ‘falso’ es aquí un signo de la actitud proposicional del *rechazo* y ‘verdadero’ de la *aceptación*, entonces podemos ver la tendencia al rechazo en el cuadro presentado (44,7% por sobre 25%, y 46,1% por sobre 67,1%).

Este hecho es señal de dos cosas. Primero, es un indicador de que falso y no verdadero no son equivalentes (como sí ocurre en CL). Y en segundo lugar, brinda apoyo a la interpretación paracompleta de los predicados vagos, ya que una interpretación de este tipo predice un mayor número de ‘no verdaderos’ (rechazos) que de ‘verdaderos’ (aceptación).

2.2. Proposiciones moleculares

Hasta ahora, lo único claro que los resultados experimentales relativos a proposiciones atómicas van contra la hipótesis *glutty* o paraconsistente. El problema es que los resultados que detallamos hasta aquí dejan abierta la puerta a múltiples teorías de la vaguedad (epistemicista,

difusa, paracompleta, ST). Es por eso que estudios más recientes buscan decidir entre estas teorías poniendo a prueba el comportamiento de los hablantes en torno a oraciones compuestas que involucran casos limítrofes.

2.2.1. Aceptación de contradicciones limítrofes

A pesar de lo que parecen intuir muchos teóricos de la vaguedad, las contradicciones no tienen un grado de aceptación nulo. Múltiples experimentos (véase Ripley (2011), Alxatib & Pelletier (2011a/b), Serchuk et al. (2011), Egré & Zehr (2016), Egré et al. (2013)) indican que si a es un caso limítrofe del predicado vago F , entonces proposiciones compuestas (que en CL serían consideradas contradicciones) reciben un alto grado de asentimiento. En estos estudios, se presta especial atención a contradicciones explícitas de la forma $\neg(Fa \vee \neg Fa)$ (descripciones disyuntivas, de tipo “ninguno” o *neither*¹¹) y $Fa \wedge \neg Fa$ (descripciones conjuntivas, de tipo “ambos” o *both*). Por ejemplo:

5. (5a) El sospechoso Nro. 2 es alto y no alto.
(5b) El sospechoso Nro. 2 no es ni alto ni no alto. [Alxatib & Pelletier (2011a/b)]
6. (6a) El círculo está y no está cerca del cuadrado.
(6b) El círculo no está cerca ni no está cerca del cuadrado. [Ripley (2011)]
7. (7a) El cuadrado es azul y verde.
(7b) El cuadrado es azul y no es azul. [Egré et al. (2013)]

Ripley (2011) acuñó el término “contradicciones limítrofes” [*borderline contradictions*] para referirse a esta clase de contradicciones.

Retomando el estudio de Alxatib & Pelletier, los auges de ‘verdadero’ a las descripciones disyuntivas y conjuntivas se dieron en el sospechoso Nro. 2 (el caso limítrofe dentro de la rueda de reconocimiento). El 44,7% de los participantes marcó que (5a) es ‘verdadera’, y el 53,9% señaló que (5b) es ‘verdadera’. Paralelamente, las contradicciones tuvieron la mayor cantidad de ‘falsos’ en los casos claros. Estos datos aparecen en las Figuras 2 y 3.

¹¹ Si bien la conectiva principal es una negación, la tendencia en los estudios aquí citados es llamar a esta clase de descripciones “disyuntivas” en lugar de “disyuntivas negativas” para mayor brevedad.

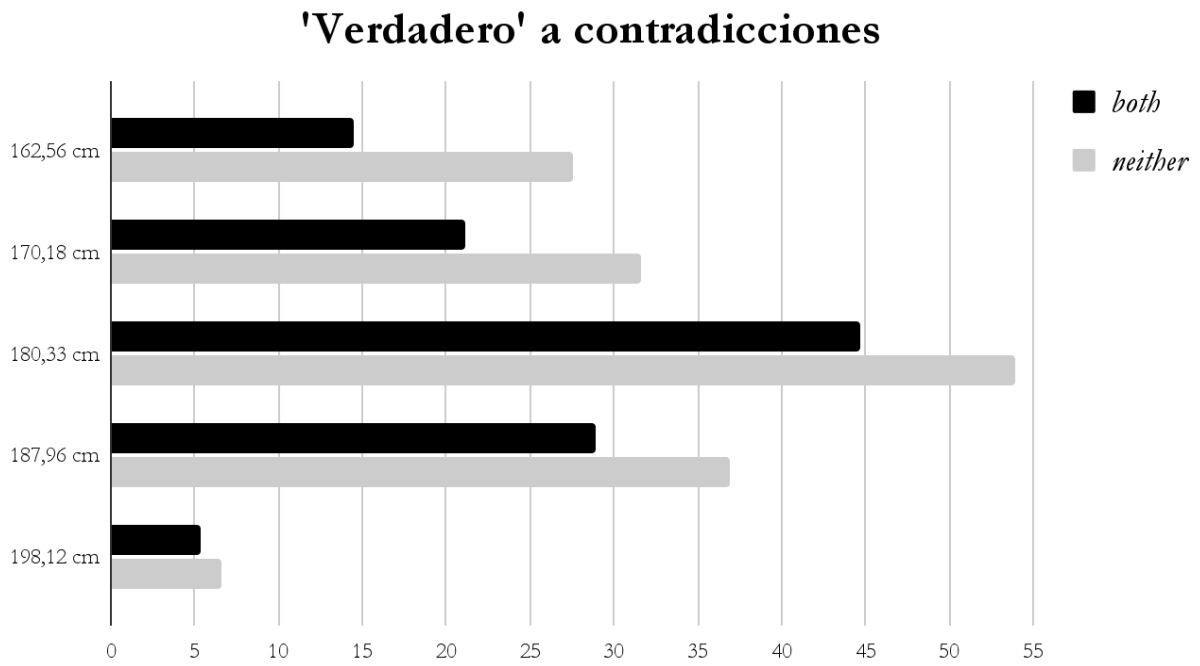


Figura 2. Porcentaje de 'verdadero'



Figura 3. Porcentaje de 'falso'

Estos mismos resultados aparecen replicados en otros estudios (véase Ripley (2011), Egré & Zehr (2016), Egré et al. (2013)).

En su estudio, Ripley (2011) presentó a 149 participantes con siete pares compuestos de un círculo y un cuadrado. En el par A, el círculo está a una distancia considerable respecto del cuadrado, luego el círculo se va aproximando progresivamente, hasta que en el par G ambos aparecen pegados (véase la Figura 4). A cada participante se le presentaron cuatro oraciones en la forma de descripciones conjuntivas ((6a), “El círculo está cerca del cuadrado y no está cerca del cuadrado”) y de descripciones disyuntivas ((6b), “El círculo no está cerca del cuadrado ni no está cerca del cuadrado”) para calificar cada uno de los pares. Se les pidió que asignaran un puntaje del 1-7 a cada oración, donde 1 significa ‘No estoy de acuerdo’ y 7 significa ‘Estoy de acuerdo’.

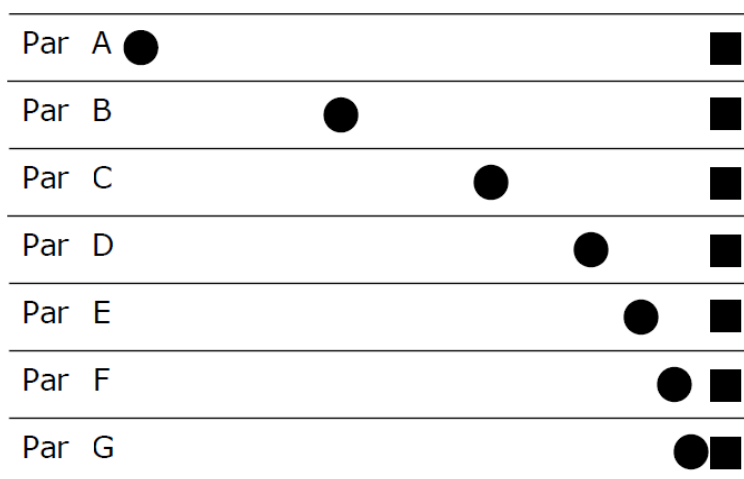


Figura 4

Como todas las oraciones son contradicciones en CL, desde la lógica clásica una esperaría que los participantes sólo contesten con 1. Sólo el 9% (14 participantes) respondió de este modo. Si bien Ripley observa que hubo diversos patrones de respuesta, la mayoría (76 participantes, el 51%) respondió con forma de ‘montaña’: asignando un puntaje bajo al comienzo y al final, y más alto en el medio. Nuevamente, los resultados obtenidos muestran que los participantes exhiben un mayor nivel de asentimiento con las contradicciones cuando se trata de casos limítrofes.

2.2.2. Preferencia por las descripciones disyuntivas

Egré & Zehr (2016) se propusieron contrastar si hay una preferencia por un tipo de descripción (conjuntiva o disyuntiva) o si ambas contradicciones gozan del mismo nivel de aceptación.

A los participantes se les presentó una descripción verbal de un caso limítrofe, y luego se les pregunta si ciertas oraciones (entre ellas, contradicciones limítrofes) son verdaderas respecto de ese caso. Al lado de cada pregunta hay un casillero que dice ‘Sí’ y otro que dice ‘No’. Por ejemplo:

Una encuesta sobre autos se llevó a cabo en tu país. En la población, hay personas que tienen autos que van a alta velocidad, y otros poseen autos de baja velocidad. Luego, hay personas cuyos autos yacen en el medio de esos dos grupos. Imagine que Sam es una de esas personas con un auto de rango medio. Comparando el auto de Sam con otros autos, ¿es verdadero decir lo siguiente?

- 8. (8a) El auto de Sam no es ni rápido ni no rápido. O Sí O No
- (8b) El auto de Sam es rápido y no es rápido. O Sí O No
- (8c) El auto de Sam es más rápido que al menos otro más. O Sí O No
- (8d) El auto de Sam es más rápido que todos los demás. O Sí O No

Los resultados muestran una preferencia por las contradicciones limítrofes de forma disyuntiva: por cada participante, la aceptación de las descripciones *both* casi siempre viene acompañada de la aceptación de las descripciones *neither*. En contraste, las descripciones *neither* muchas veces son aceptadas ellas solas (véase la Figura 5).

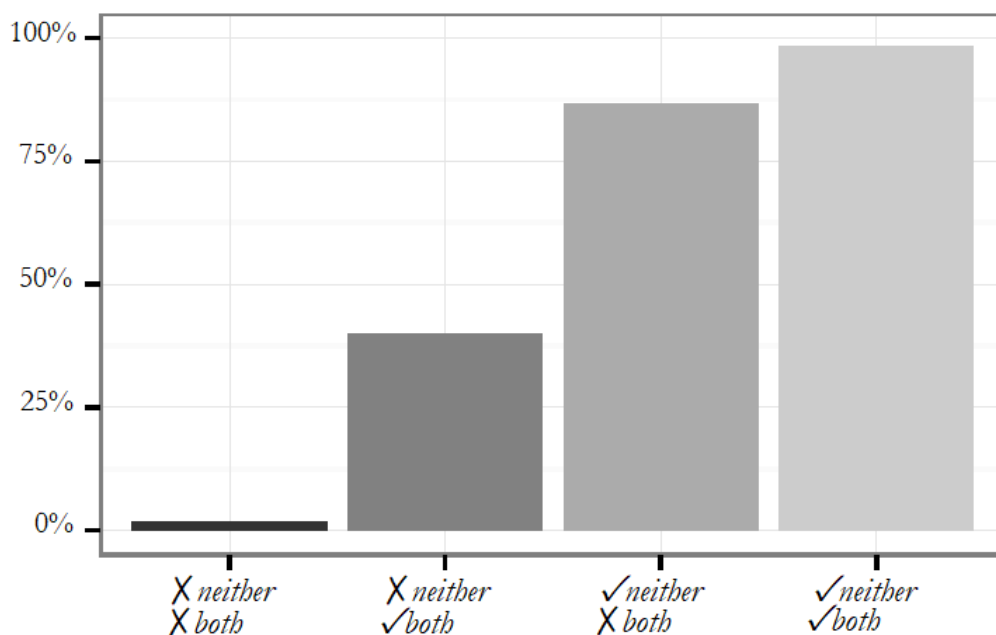


Figura 5. Porcentaje de aceptación por tipo de descripción

Los autores presentan varias posibles explicaciones posibles de esta asimetría. Entre ellas:

- La presencia de un *sesgo de consistencia*. Es posible que los participantes sientan que tanto P como $\neg P$ son aplicables, pero encuentren más adecuado decir que ninguno es aplicable. Esto es, quizá hay una preferencia general a la incompletitud en lugar de la inconsistencia. Pero esta explicación suena *ad hoc* y no resulta del todo satisfactoria, porque muchos participantes aceptaron ambos tipos de descripciones.
- La presencia de un *sesgo de omisión*. Si retomamos la diferencia entre errores por omisión/por comisión de BOVW, y el hecho de que parece haber una preferencia por los errores por omisión (no aplicación) en lugar de los errores por comisión (falsa aplicación), que son percibidos como “peores” que los primeros, entonces la incertidumbre que generan los casos limítrofes se expresa en una reluctancia general a aplicar un predicado (o su negación). Consecuentemente, surge una tendencia a la omisión en lugar de la comisión, que aparece reflejada en una preferencia por la incompletitud. El problema con esta hipótesis es que aproximadamente la mitad de los participantes dió ‘Sí’ a las descripciones conjuntivas al menos una vez.
- Las descripciones disyuntivas tienen un *menor costo*. Egré & Zehr presentan su propia explicación, según la cual hay un algoritmo que los hablantes emplean para dar veredictos semánticos, y según éste, las descripciones conjuntivas son más costosas que las disyuntivas, y eso explica la preferencia por las últimas.

2.2.3. Comportamiento irregular de la conjunción (disyunción)

Aún más sorprendente es la observación de Alxatib & Pelletier (2011a/b) de que un porcentaje de los participantes rechaza ambos conyuntos por separado, pero juzgan verdadera la descripción conjuntiva $A \wedge \neg A$. Este resultado va contra la regla de inferencia llamada simplificación o eliminación de la conjunción ($E\wedge$) según la cual: $A \wedge B \models A$, o bien $A \wedge B \models B$.

De los participantes que juzgaron ‘verdadera’ la descripción conjuntiva del sospechoso Nro. 2, el 55,99% respondió que uno de los conyuntos era falso, y el 32,4% respondió que eran ambos falsos. Sólo el 2,9% contestó que ambos eran verdaderos.

De los participantes que juzgaron ‘verdadera’ la descripción disyuntiva del sospechoso Nro. 2, el 51,2% respondió que uno de los disyuntos era falso, y el 24,4% respondió que eran ambos falsos. Sólo el 2,4% contestó que ambos eran verdaderos.

Esto sugiere que la conjunción (disyunción) recibe mayor aceptación que los conyuntos (disyuntos) tomados individualmente. Este resultado se replica en Egge et al. (2013), donde la descripción conjuntiva (7b) “el cuadrado es azul y no es azul” recibe una aceptación significativamente mayor que los conyuntos tomados por separado.

2.3. Lectura de los resultados

Las predicciones de la lógica clásica, así como las del sub- y supervaluacionismo, no se condicen con los resultados experimentales, porque $A \wedge \neg A$ y la negación del principio de tercero excluido son falsas en todo modelo (en toda precisificación).

Si bien las lógicas paraconsistentes son un candidato ideal para lidiar con contradicciones, esta clase de lógicas no parecen ajustarse a los resultados relativos a fórmulas atómicas vistos en 2.1. (la tendencia general al rechazo y en particular, los vacíos que aparecen entre la extensión de un predicado y su anti-extensión). Estos resultados sugieren que los casos limítrofes no son evaluados semánticamente como cúmulos sino como vacíos de verdad, y que hay que recurrir a lógicas paracompletas que tengan un tercer valor de verdad *gappy*.

El desafío para el lógico paracompleto radica en explicar cómo es posible que se usen ambas contradicciones (conjuntiva y disyuntiva) para describir casos limítrofes. Usualmente, la fórmula $\neg(A \vee \neg A)$ es un indicador de que A es una fórmula *incompleta* (ni verdadera ni falsa), a la vez que $A \wedge \neg A$ indica que A es una fórmula *inconsistente* (simultáneamente verdadera y falsa). Si bien hay una preferencia por las descripciones disyuntivas, los dos tipos de descripciones gozan de amplia aceptación en casos limítrofes. Entonces, hay que dar una interpretación filosófica del valor $\frac{1}{2}$ que explique por qué ambas descripciones son válidas, a pesar de que A es incompleta y no inconsistente (véase cap. 3).

Estos resultados parecen ajustarse bien a ST, donde todos los predicados reciben una triple interpretación (véase [Introducción, §3.2.2.3](#)).

La interpretación clásica asigna una extensión clásica a cada predicado. La interpretación estricta de un predicado es exclusiva pero no necesariamente exhaustiva, pudiendo dar lugar a un vacío [*underlap*], mientras que la interpretación tolerante de un predicado es exhaustiva pero no necesariamente excluyente, pudiendo dar lugar a un solapamiento [*overlap*]. En el caso de los predicados precisos, las tres interpretaciones coincidirían. Esto no ocurre en el lenguaje vago. Por ejemplo:

<i>Casos claros de no aplicación</i>	<i>Casos limítrofes</i>	<i>Casos claros de aplicación</i>
--------------------------------------	-------------------------	-----------------------------------

					<i>Alto</i>
\neg <i>Alto</i>					

Interpretación clásica

					<i>Alto</i>
\neg <i>Alto</i>					

Interpretación estricta

		<i>Alto</i>			
\neg <i>Alto</i>					

Interpretación tolerante

Para CERvR, los predicados vagos son pragmáticamente ambiguos entre dos interpretaciones: cada predicado vago puede usarse en un sentido amplio (significado tolerante) o en un sentido más restringido (significado estricto). Los casos limítrofes se caracterizan dualmente como:

- Aquellos objetos que ni son estrictamente *P* ni son estrictamente $\neg P$.
- Aquellos objetos que son tolerantemente *P* y tolerantemente $\neg P$.

En su uso estricto, el predicado se aplica a las instancias claras y no ambiguas. Por el contrario, en su uso tolerante, un predicado puede usarse en un sentido más amplio, que incluye a los casos que no son instancias perfectas del predicado. Por ejemplo, ‘rojo’ se usa estrictamente sólo para denotar instancias prototípicas de rojo, pero también puede usarse tolerantemente para denotar

un matiz que tiene suficiente rojez, sin ser rojo en grado máximo. En este sentido, ‘rojo’ y ‘¬rojo’ se pueden solapar [*overlap*] en sentido tolerante, pero estrictamente dejan un vacío [*underlap*].

La “hipótesis del significado más fuerte” (HSF) [*strongest meaning hypothesis*] es un mecanismo pragmático que fija la interpretación, estricta o tolerante, según el contexto:

(HSF) Entre dos significados, elegir el más fuerte y no trivialmente falso.

En el marco estricto-tolerante, esto equivale a decir que los hablantes juzgan las fórmulas en forma estricta, en primer lugar, o tolerante, en segundo lugar, si hay al menos un modelo o escenario posible en el que dicha fórmula es estrictamente verdadera (o en su defecto, tolerantemente verdadera).

Tomadas individualmente Ra y $\neg Ra$ son interpretadas estrictamente, porque hay al menos un escenario en donde Ra y $\neg Ra$ son estrictamente verdaderas. Pero si a es un caso limítrofe de R , entonces serán ambas falsas, porque estrictamente no son R ni $\neg R$. Sin embargo, ST predice que $Ra \wedge \neg Ra$ será juzgada como tolerantemente verdadera, ya que las contradicciones sólo pueden llegar a ser tolerantemente verdaderas (porque en las interpretaciones clásica y estricta, las contradicciones siempre reciben el valor 0). De este modo, ST predice un rechazo de los conyuntos tomados individualmente, pero la aceptación de la conjunción (tal como ocurre en Alxatib & Pelletier (2011a/b)).

Objeción a la tesis pragmática de CERvR

Este marco les permite tratar con contradicciones limítrofes, pero no con oraciones más complejas. Por ejemplo, Alxatib, Pagin & Sauerland (2013) muestran que oraciones que contienen contradicciones limítrofes como componentes son problemáticas para la propuesta de CERvR. Por ejemplo, la oración:

José es alto y no es alto, o José tiene el pelo colorado.

Formalmente: $(Aj \wedge \neg Aj) \vee Cj$

Parece querer decir que “o bien José es un caso limítrofe de alto, o bien tiene el pelo colorado”. Siguiendo la HSF, como esta oración, esta oración debe ser evaluada estrictamente por los hablantes, ya que no es una contradicción clásica (es lógicamente posible que José tenga el pelo colorado, haciendo verdadera a la disyunción).

Así, la propuesta del colectivo CERvR predice que su valor de verdad es equivalente a “José tiene el pelo colorado”. La disyunción será (estrictamente) verdadera siempre y cuando “José tiene el pelo colorado” lo sea, y será (estrictamente falsa) de otro modo.

$$\llbracket (Aj \wedge \neg Aj) \vee Cj \rrbracket' \Leftrightarrow \llbracket Cj \rrbracket'$$

Por ende, la oración es falsa si “José tiene el pelo colorado” es falsa, incluso si es verdadero que José es un caso limítrofe de alto (esto es, si el primer disyunto es tolerantemente verdadero).

Este problema se debe a que su propuesta pragmática opera a nivel oracional, y por este motivo, no puede juzgar los componentes de oraciones moleculares localmente.

3. Objeciones a la relevancia de los datos empíricos y respuestas

3.1. La lógica es normativa

Se trata de la objeción de cuño fregeano, según la cual la lógica es una ciencia normativa y de sus leyes se siguen prescripciones (Frege, 1918-9). Del hecho de que los agentes violen las leyes de la lógica no se sigue que dichas leyes estén mal, sino que lo único que podemos decir es que “están razonando mal”. Pero eso no justifica una revisión de las leyes de la lógica: las leyes de la lógica son *esas*, independientemente de si los agentes las siguen o no.

Una teoría puramente normativa de la vaguedad, que no preste atención al uso y a las actitudes normativas de los hablantes, sería algo excesivo y desacertado. Primero, sería excesivo porque la lógica quedaría completamente desligada del lenguaje. ¿Cómo podríamos saber que *esa* lógica es la lógica de *este* lenguaje? Smith (2017) formula este punto del siguiente modo:

“[En una teoría de la vaguedad] no podemos ignorar completamente el uso real y sostener que la lógica es una empresa normativa, no descriptiva. Por lo menos, tiene que haber una conexión suficiente entre la lógica y los hechos empíricos para que sea el caso que *esta* lógica sea la lógica de *este* lenguaje.” (Smith, 2017: 16; énfasis en cursiva del autor)

En segundo lugar, si aceptamos la posición conocida como “lógica-como-modelo” (según la cual nuestras teorías lógicas son *artefactos* que modelan algunos aspectos del lenguaje natural), entonces tenemos aún más razones para no ignorar estos resultados. La vaguedad es un

fenómeno propio del lenguaje natural. Dar una semántica que no le preste atención a ese plano sería desacertado, porque estaríamos alejando nuestros modelos de aquello que pretenden representar.

Si bien la teoría lógica dada debería modelar el comportamiento de los predicados vagos en el lenguaje natural, el objetivo es que haga esto sin perder de vista la normatividad. El sistema que vamos a presentar puede modelar el uso real sin por ello ser puramente descriptivo, porque admitimos que es posible el error lógico: no todo uso es un uso correcto, hay casos en los que queremos decir que los hablantes se están equivocando. La semántica formal de los predicados vagos no tiene que (ni debe) ajustarse a todos los comportamientos lingüísticos de los hablantes. Hay más bien una interacción o *feedback* entre los dos aspectos, el descriptivo y el normativo.

3.2. La lógica es *a priori*

En los últimos años se ha prestado creciente atención al **anti-excepcionalismo**, posición que en el ámbito de la filosofía de la lógica ha ganado muchos defensores. Mientras el “excepcionalista” sostiene que la lógica es una disciplina con estatus epistemológico privilegiado ya que sus principios son *a priori* y sus leyes no están sujetas a revisión, el “anti-excepcionalista” sostiene que las teorías lógicas forman un continuo con otras teorías científicas. Sus defensores utilizan el *slogan* “la lógica no es especial” para expresar esta idea (*cf.* Hjortland (2017)).

Si aceptamos la tesis anti-excepcionalista acerca de la lógica, debemos responder a dos interrogantes: primero, qué son las teorías lógicas, y segundo, cómo es que se justifican (y qué justifica su revisión o abandono).

Respecto de la primera pregunta, asumimos que las teorías lógicas son teorías acerca de la validez. En el caso de las teorías lógicas de la vaguedad, se trata de teorías acerca de cómo razonar con predicados vagos.

Respecto de la segunda, decimos que las teorías lógicas -al igual que cualquier teoría científica- se justifican (en parte) por la **evidencia** disponible. Ahora, la pregunta que surge inmediatamente es: ¿qué constituye evidencia para una teoría lógica?

Del lado de la evidencia empírica, encontramos las dos clases de datos que citamos en §1: intuiciones acerca de la validez y de los predicados vagos, y resultados experimentales del ámbito

de la psicología de la vaguedad. En §1 argumenté que, dada la multiplicidad en conflicto de intuiciones, conviene prestar especial atención a la segunda clase de datos.

Pero también hay otros factores de peso que sirven de evidencia sin ser de índole empírica: propiedades del sistema lógico en cuestión (*e.g.* consistencia, unicidad, elegancia, fuerza lógica o poder de prueba), su capacidad de acomodar las paradojas (semánticas, y en nuestro caso, de vaguedad), consideraciones en torno a las normas lingüísticas, y en general, sobre normas epistémicas y qué es lo racional (*cf.* Hjortland, 2017: 644).

En este capítulo consideré la evidencia empírica proveniente del ámbito de la psicología de la vaguedad. En el capítulo siguiente, voy a dar argumentos del segundo tipo, en favor de cómo se *debería* razonar con predicados vagos.

4. Conclusión

En este capítulo presenté los resultados experimentales obtenidos en el ámbito de la psicología de la vaguedad, dividiéndolos en dos categorías: resultados para proposiciones atómicas, y para proposiciones moleculares. Luego, mostré por qué las teorías lógicas presentadas en el capítulo 1 (CL, LP, ST y los *s*-valuacionismos) no se ajustan a los datos empíricos. En el próximo capítulo voy a hacer una presentación más extensa de la paracompletitud y explicar por qué los resultados experimentales sí se ajustan a una teoría lógica basada en K3.

Por último, respondí a objeciones comunes contra los intentos descriptivistas de incorporar datos empíricos a las teorías lógicas. Pero incluso dejando los datos empíricos de lado, creo que hay buenas razones para aceptar las contradicciones limítrofes y rechazar LTE cuando toma instancias indeterminadas. En el próximo capítulo daré una defensa filosófica de la paracompletitud como teoría lógica de la vaguedad y de este uso anómalo de la conectivas.

Capítulo 3

Indeterminación semántica y rechazo de la ley de tercero excluido

En este capítulo me propongo motivar el rechazo de principios lógicos clásicos (y principalmente de la ley de tercero excluido) en lenguajes vagos. Para eso, voy a introducir la noción de interpretación filosófica (§1) y defender cómo creo que debe interpretarse el valor intermedio ‘ $\frac{1}{2}$ ’ para poder dar cuenta de (i) los casos limítrofes de un predicado, (ii) las contradicciones limítrofes y el rechazo de leyes lógicas clásicas (§2). Posteriormente, voy a argumentar que los casos limítrofes constituyen contraejemplos a la ley de tercero excluido, y que una teoría lógica de la vaguedad debería permitir el rechazo de la ley de tercero excluido a la vez que debería autorizar la aserción de su negación (§2). Por último, las conclusiones aparecen en §3.

1. Teorías lógicas e interpretaciones filosóficas

A lo largo de la tesis, asumí que los sistemas lógicos vienen acompañados de lo que Barrio & Da Ré (2018) llaman *interpretaciones filosóficas*. Esta distinción es sumamente útil para diferenciar rasgos formales que pertenecen a una lógica en tanto objeto matemático de las lecturas o aplicaciones que suele recibir.

Por ejemplo, la paraconsistencia está usualmente ligada al *dialeteísmo*, una tesis acerca de la verdad que puede formularse de las siguientes maneras:

- (1) Existen contradicciones verdaderas.
- (2) Algunas fórmulas son simultáneamente verdaderas y falsas.
- (3) Para alguna fórmula A , tanto A como $\neg A$ son verdaderas.

Pero mientras que la paraconsistencia es un rasgo formal de un sistema de lógica, el dialeteísmo es una tesis semántica (o incluso metafísica, en su versión más fuerte) que ha sido usada para motivar filosóficamente la paraconsistencia. Sin embargo, hay lógicas paraconsistentes no

dialeteístas (por ejemplo, lógicas relevantes) y lógicas que admiten dialeteias sin ser paraconsistentes, lo cual sugiere que se puede separar una de la otra.

Otro ejemplo que podemos señalar es el caso de K3 y LP: ambas comparten las mismas matrices, pero difieren radicalmente a nivel de la interpretación filosófica del valor no clásico: en el caso de K3, algunas de las interpretaciones que se dieron de $\frac{1}{2}$ son ‘vacío de verdad’, ‘ni verdadero ni falso’, ‘falta de información’ o también ‘indeterminado (epistémica o semánticamente)’. En el caso de LP, algunas de las interpretaciones que se dieron de $\frac{1}{2}$ son ‘cúmulo de verdad’, ‘verdadero y falso a la vez’, ‘evidencia contradictoria’ o también ‘sobredeterminado (semántica o incluso metafísicamente)’.

Es importante notar que estas interpretaciones ayudan a determinar cómo se define la relación de consecuencia lógica en cada caso¹². En ambas lógicas, la relación de consecuencia lógica puede entenderse como “preservación de verdad” de premisas a conclusión. En K3, esto equivale a decir que el único valor designado es 1, mientras que en LP se debe preservar también el valor $\frac{1}{2}$.

Prima facie, el candidato obvio de interpretación filosófica para el valor $\frac{1}{2}$ en una lógica de las contradicciones limítrofes es el dialeteísmo: en definitiva, las contradicciones limítrofes son contradicciones verdaderas. Pero si bien la verdad de las contradicciones limítrofes es compatible con la formulación (1), no creo que sea compatible con (2) y (3). Esto es, puede haber contradicciones verdaderas pero no fórmulas inconsistentes (verdaderas y falsas a la vez, donde extensión y anti-extensión se solapan).

A continuación, voy a defender la interpretación filosófica que creo que el valor no clásico debe recibir en una lógica no clásica de la vaguedad.

2. *Vaguedad e indeterminación semántica*

Mi objetivo en esta sección es profundizar la interpretación filosófica que el valor no clásico debe recibir en una teoría paracompleta de la vaguedad que contemple contradicciones limítrofes.

Usualmente las lógicas paracompletas interpretan el valor intermedio como “ni verdadero ni falso”, y los predicados vagos serían aquellos que –respecto de ciertos objetos– no poseen valor de verdad. Pero esta caracterización de la vaguedad en términos de carencia de valor veritativo

¹²Una también podría decir que ayuda a determinar el significado de las constantes lógicas.

no nos dice demasiado sobre la naturaleza de las expresiones vagas, ya que los vacíos de verdad también se han postulado para lidiar con fenómenos distintos a la vaguedad (*e.g.* paradojas de la teoría de conjuntos, futuros contingentes). Entonces, esta caracterización no es incorrecta pero no es lo suficientemente fundamental (en principio, no dice nada acerca de *por qué* los casos limítrofes carecen de valor de verdad).

2.1. Los predicados vagos tienen un significado incompleto

Esta primera caracterización de la indeterminación semántica como **incompletitud a nivel del significado** se debe a Fine (1975). La idea es que los predicados vagos tienen un significado incompleto: respecto de algunos objetos, no sabemos si éstos forman parte o no de su extensión. Por ejemplo, supongamos que *a* es un caso limítrofe del predicado ‘pelado’ y tiene exactamente 3999 pelos en la cabeza. Entonces, según esta caracterización, *a* es un caso limítrofe porque no hay nada en las prácticas lingüísticas que determine que alguien con 3999 pelos caiga bajo la extensión (o anti-extensión) de ‘pelado’.

En este sentido, los términos vagos del lenguaje natural se comportan en forma similar a las funciones parciales en matemática: respecto de un grupo de objetos, es claro que se aplican; respecto de otros, es claro que no se aplican; pero respecto de un tercer grupo de objetos, no es claro si el término en cuestión se aplica o no (esto es, es indefinido si pertenecen a su extensión). Esto se traduce a una teoría lógica en la que los predicados vagos tienen una definición incompleta o parcial, y algunas fórmulas no reciben ningún valor veritativo.

Pero me parece que esta caracterización tiene un problema. Si nos limitamos a entender los predicados vagos como predicados con un significado incompleto, entonces no se entiende cómo el valor veritativo $\frac{1}{2}$ permite tanto descripciones disyuntivas (de la forma $\neg(A \vee \neg A)$ o *neither*) como conjuntivas (de la forma $A \wedge \neg A$ o *both*). Si *A* es una fórmula incompleta o indefinida, entonces los hablantes deberían recurrir sólo al primer tipo de descripciones. Sin embargo, si bien hay una preferencia por las descripciones disyuntivas, las conjuntivas también son ampliamente aceptadas.

Este problema puede resolverse si damos un paso más e indagamos por la fuente de esta indeterminación, es decir, si preguntamos por qué los predicados vagos tienen un significado incompleto.

2.2. Los predicados vagos están gobernados por un sistema incompleto de reglas

La indeterminación semántica que aqueja a los predicados vagos es aún más fundamental, y puede ser entendida como una **indeterminación a nivel de las reglas** mismas del lenguaje. Esta es la posición de Raffman (2014) y también de Soames (1999), quien sostiene que los predicados vagos tienen casos limítrofes porque las reglas constitutivas de su significado son incompletas:

“El uso competente con predicados vagos no puede estar completamente gobernado por reglas. En ciertos casos —los casos ‘variables’— las reglas se agotan [...] y la aplicación de una palabra vaga es, desde el punto de vista semántico, anómalo.” (Raffman, 2014: 178)

“[Los casos limítrofes de F son] objetos respecto de los cuales las reglas lingüísticas que gobiernan el uso del predicado y le confieren significado no tienen nada para decir respecto de si F se aplica al objeto o no. Respecto de tales objetos, decir que son F o que no son F es ir más allá de lo que las reglas del significado de F justifican.” (Soames, 1999: 207)

Esto es, los predicados vagos están gobernados por un sistema de reglas incompleto, en el cual se establecen condiciones antecedentes mutuamente exclusivas, pero no exhaustivas respecto de todos los objetos posibles, para la aplicación y no aplicación de los términos. Para ilustrar este punto, Soames (2003: 137) ejemplifica cómo se verían las reglas que gobiernan al predicado ‘pelado’:

Reglas que gobiernan ‘pelado’

($P+$) Para todos los o , si o es *tal y cual*, entonces ‘pelado’ se aplica a o (es decir, o es pelado).

($P-$) Para todos los o , si o es *esto y aquello*, entonces ‘pelado’ no se aplica a o (es decir, o no es pelado).

Donde las condiciones que aparecen en los antecedentes de cada regla, *tal y cual* en el caso de ($B+$) y *esto y aquello* en el caso de ($B-$), son mutuamente exclusivas pero conjuntamente insuficientes (es decir, no exhaustivas respecto de todos los posibles o).

Como consecuencia de esto, hay casos en los que los hechos no lingüísticos y las normas lingüísticas que gobiernan el uso competente de los predicados no son suficientes para determinar si el predicado en cuestión (o su negación) se debe aplicar o no a un objeto.

¿Qué consecuencias trae esta indeterminación a nivel de las reglas? Yo creo que dos:

- (i). A nivel de las fórmulas atómicas, **casos limítrofes**. Las reglas constitutivas del significado de ciertos predicados son incompletas, y por ello, les confieren un significado incompleto. Por lo tanto, si F es uno de estos predicados, entonces respecto de algunos objetos, queda indefinido si son F o no son F . Por eso, según Soames (1999) (2009), los predicados vagos se entienden mejor como “predicados parcialmente definidos”.
- (ii). A nivel de las fórmulas moleculares, **usos anómalos**. Algunas oraciones que clásicamente se consideran falsas se vuelven aceptables (*e.g.* las contradicciones limítrofes), y algunas oraciones que clásicamente se consideran verdaderas dejan de serlo (*e.g.* la ley de tercero excluido). Por ejemplo, las descripciones conjuntivas y disyuntivas se consideran falsas cuando hablamos de predicados precisos o de casos claros de (no) aplicación de F , pero si a es un caso limítrofe de F , entonces ‘ a no es ni F ni no F ’ y ‘ a es F y no es F ’ se vuelven aceptables.

Esta forma de entender el valor no clásico no sufre del problema señalado anteriormente, porque en este caso A no es sólo una fórmula incompleta, sino que la competencia lingüística no determina todas las formas en las que se puede emplear A , dando lugar a usos de las conectivas que, desde el punto de vista semántico, pueden parecer extraños.

Esta hipótesis de la incompletitud de las reglas también se puede expresar diciendo que la competencia lingüística (es decir, el sistema de reglas que gobierna el uso del lenguaje y que es asimilado por los hablantes) es incompleta; esto es, no dicta qué deben hacer los hablantes en todos los casos. En particular, el sistema de reglas del lenguaje no contempla (i) casos limítrofes de un predicado, y (ii) oraciones moleculares con componentes limítrofes.

Esta hipótesis del “silencio de la competencia” o “incompletitud de las reglas” es, en mi opinión, sumamente plausible por una serie de motivos que voy a señalar a continuación.

Argumentos en favor de (i)

En los intercambios comunicativos de la vida cotidiana hay una tendencia a evitar el empleo de predicados vagos a objetos que constituyen casos limítrofes de los mismos. Por lo general, ante un caso indeterminado de un predicado, suele ocurrir alguno de los siguientes hechos:

- a. *Se precisa el lenguaje.* Por ejemplo, en lugar de emplear ‘adolescente’ o ‘adulto’ para referirse a alguien que se encuentra en el límite entre ambos, se emplea el término ‘mayor de edad’ (que tiene una definición legal precisa), se recurre a la edad exacta o al grupo etario (e.g. ‘veinteañero’).
- b. *Se acuñan nuevos términos, cuyos casos claros de aplicación son los casos limítrofes de términos preexistentes.* Por ejemplo, ‘relleno’ para nombrar los casos limítrofes entre gordo/delgado.
- c. *Se recurre al uso de expresiones vaguificadoras.* Eklund llama *vaguificadores* [*vagueifiers*] a ciertos términos responsables de introducir vaguedad (Eklund, 2001: 366). Reciben este nombre porque si se aplican a predicados vagos, introducen aún más vaguedad (e.g. rojo/rojizo¹³, alto/medio alto) y si se aplican a predicados precisos, los convierten en predicados vagos (e.g. ángulo obtuso/muy obtuso, figura cuadrada/más o menos cuadrada). Lo importante es que, dado que las condiciones de satisfacción de ‘medio F ’ son generalmente más liberales que las de F , los casos limítrofes de F son muchas veces casos claros de ‘medio F ’.

Estos hechos apoyan la hipótesis de que no adquirimos la competencia con casos limítrofes en la práctica. Más bien, los casos limítrofes de F son aquellos casos que no quedan cubiertos por la reglas lingüísticas que gobiernan el uso competente de F .

Argumentos en favor de (ii)

Si los predicados vagos son aquellos que no están completamente gobernados por reglas, entonces adquirir competencia en el uso de predicados vagos consiste en aprender sus casos claros de aplicación y casos claros de no aplicación. Aprendemos a aceptar ‘ a es F ’ cuando a es un caso claro de F y a aceptar ‘ a no es F ’ cuando a es un caso claro de no aplicación de F . Cuando

¹³En el texto original en inglés, los ejemplos del autor son: el sufijo *-ish* y expresiones como *kind of*, *roughly*, *sort of*.

a es un caso limítrofe de F , no podemos decir que sea una cosa o la otra. Esto mismo puede trasladarse al caso de las conectivas lógicas¹⁴: el uso competente de las conectivas nos dicta cómo debemos usarlas *en casos claros* (es decir, cuando los componentes tienen un valor de verdad determinado, son claramente verdaderos o falsos).

Por ejemplo, tomemos el caso de la conjunción. Los hablantes aprenden (implícita o explícitamente) a aceptar ‘A y B’ cuando A y B son ambas verdaderas, y a rechazar ‘A y B’ cuando al menos una es falsa. Esto alcanza para determinar los casos en que al menos uno de los conyuntos es falso. Pero cuando uno es verdadero y otro indeterminado, o cuando A y B son ambos casos limítrofes, la competencia lingüística no impone requerimientos, y el uso de la conjunción se vuelve anómalo.

El choque de intuiciones que encontramos en la bibliografía respecto de oraciones compuestas con casos limítrofes (*e.g.* la intuición penumbral que dice que el principio de tercero excluido es siempre verdadero *vs.* la intuición recursiva que dice que no lo es cuando sus componentes son indeterminados) apoya la hipótesis de que la competencia no impone requerimientos a oraciones con componentes limítrofes. La presencia de distintas intuiciones en torno a oraciones como $A \vee \neg A$ (con A indeterminado) es indicador de que la competencia no impone requerimientos sobre oraciones de este tipo.

En este punto, hay dos opciones: o bien podemos dar una teoría lógica que *no* imponga ninguna norma respecto de cómo tratar casos limítrofes y oraciones compuestas por ellos, o bien damos una teoría lógica que avale y legitime algunos usos que puedan hacer los hablantes, y que prohíba otros. Estas posiciones están presentadas del siguiente modo en Raffman (2014) y Smith (2017), respectivamente:

“Por ende, el uso competente no está completamente determinado [...] No es el trabajo de la teoría describir completamente, *a fortiori* prescribir completamente, el uso competente con palabras vagas.” (Raffman, 2014: 178)

¹⁴Esto se aplica a las conectivas binarias (conjunción, disyunción, condicional) y cuantificadores, no a la negación.

“Suponiendo que aceptamos la hipótesis sobre [el silencio de la competencia lingüística]. En ese caso, [...] todavía queremos una imagen que racionalice el rango de comportamientos legítimos de los hablantes en un lenguaje vago.” (Smith, 2017: 25)

Me parece que la segunda ruta es la correcta. No basta con dar una teoría lógica que describa cómo la gente responde a casos limítrofes, sino que simultáneamente debe explicar cómo es racional que respondan. Caso contrario, se perdería la dimensión normativa de la lógica, y todo uso sería un uso correcto.

Entonces, ¿cómo deberían tratarse los predicados vagos, cuyo significado es incompleto, en el marco de una teoría lógica? Siguiendo a Soames (1999) (2010), los predicados vagos deben ser tratados como predicados parcialmente definidos. Esto significa que ‘ a es F ’ debería ser verdadero siempre y cuando a sea un caso claro de F (es decir, siempre que a pertenezca a la extensión de F) y ser falso cuando a sea un caso claro de no F (es decir, que a pertenezca a la anti-extensión de F). En los casos restantes, no devolver ningún valor semántico (es decir, ser $\frac{1}{2}$ cuando a no pertenece ni a la extensión ni a la anti-extensión de F).

¿Cómo deberían tratarse las oraciones moleculares con instancias limítrofes? En particular, ¿cómo debería tratarse las contradicciones limítrofes (recordemos: $\neg(A \vee \neg A)$ y $A \wedge \neg A$) y las leyes lógicas clásicamente válidas (particularmente, el principio de no contradicción y la ley de tercero excluido, $\neg(A \wedge \neg A)$ y $A \vee \neg A$)? Siguiendo los resultados del capítulo anterior, deberíamos dar una semántica formal en la que solamente las contradicciones limítrofes (no cualquier tipo de contradicciones) sean verdaderas, y el rechazo de ciertos principios clásicos esté justificado.

La teoría lógica de la vaguedad que quiero proponer busca modelar el uso de los predicados vagos en la práctica, y por eso, la lógica dada debería tener en cuenta las regularidades registradas en los resultados experimentales (en este sentido, sería una teoría lógica descriptiva), pero además debe proporcionarnos *buenas razones* para el rechazo de ciertos principios tradicionalmente aceptados, y debe justificar la aceptación de ciertos otros (en este sentido, sería una teoría propiamente normativa). Por eso, voy a comenzar motivando el rechazo de la ley de tercero excluido.

3. Vaguedad y rechazo de tercero excluido

En un lenguaje de primer orden tenemos dos maneras de expresar la ley de tercero excluido, una universal y otra singular:

$$\forall x (Fx \vee \neg Fx)$$

$$Fa \vee \neg Fa$$

Ambas expresan el mismo principio lógico, pero usaré (LTE) para referirme a la primera: el enunciado universal que afirma que todo tiene una propiedad o bien no la tiene.

3.1. Posiciones paracompletas respecto a ley de tercero excluido

En líneas generales, las teorías paracompletas de la vaguedad toman dos posiciones respecto de la ley de tercero excluido, que llamaremos respectivamente “posición penumbral” y “posición recursiva”:

- **Posición penumbral:** ‘ a es F o a no es F ’ debería ser verdadera siempre, incluso cuando a es un caso limítrofe de F . Es decir, (LTE) es una fórmula universalmente válida, a pesar de que algunas de sus instancias sean indeterminadas.
- **Posición recursiva:** ‘ a es F o a no es F ’ debería ser verdadera cuando a es definitivamente F o definitivamente no F , pero debería ser $\frac{1}{2}$ si a es un caso limítrofe de F . Por consiguiente, hay modelos en los que (LTE) es indeterminada.

La posición penumbral es la que toman los lógicos supervaluacionistas como Fine (1975) o Keefe (2003), y la posición recursiva es la que toman los defensores de K3 como Tye (1994) o Soames (2019). Sin embargo, en esta tesis voy a defender una tercera posición, que encontramos en Humberstone & Burgess (1987) y Tappenden (1993):

- **Posición anti-límites:** ‘ a es F o a no es F ’ debería ser verdadera cuando a es definitivamente F o definitivamente no F . En cambio, cuando a es un caso limítrofe de F , ‘ a es F o a no es F ’ debería ser rechazada (ser falsa), y su negación aceptada (verdadera). Es decir, hay modelos en los que (LTE) es falsa.

La posición anti-límites entra en conflicto con las dos primeras: según la posición penumbral, (LTE) es siempre verdadera, y según la posición recursiva, tanto (LTE) como su negación son indeterminadas.

Los resultados experimentales le brindan apoyo a esta tercera posición: cuando se trata de casos limítrofes, el rechazo de ' a es F o a no es F ' y la aceptación de descripciones disyuntivas es mayor. Pero independientemente de los datos empíricos, ¿tenemos buenas razones para rechazar la ley de tercero excluido cuando toma instancias limítrofes? Para responder a esto, primero debo aclarar qué entiendo por aserción, aceptación y rechazo.

3.2. Aserción y rechazo en teorías no clásicas

La *aserción* (también *afirmación* o *aseveración*) es un acto de habla en el cual se afirma que algo es el caso. En cualquier enunciado, el acto de habla es un elemento que puede aislarse y diferenciarse del significado. Siguiendo a Frege (1918-9), esto se conoce como la distinción entre la *fuerza* y el *contenido* de un enunciado. El *contenido* es el significado o proposición expresada por la oración declarativa que se afirma. En cambio, la *fuerza* consiste en función que ese enunciado desempeña y está relacionada con los compromisos que el emisor contrae al hacer una aserción. Por ejemplo, los siguientes enunciados:

¿Está cerrada la puerta?

Cerré la puerta.

La puerta está cerrada.

Tienen el mismo contenido proposicional pero son actos de habla distintos, es decir, difieren a nivel de la acción que se está llevando a cabo al emitir cada uno de ellos. La primera es una pregunta, la segunda una orden, y sólo la tercera posee fuerza asertórica.

La aserción es un acto gobernado por reglas. Si bien hay cierto desacuerdo respecto de cuál es la norma de la aserción, la norma más básica es la siguiente:

(TNA) Una debe asertar ' A ' en el contexto c sólo si A es verdadera en c .

Esta norma prohíbe las aserciones no verdaderas. La verdad es entendida doblemente como la meta de la aserción (toda aserción, para ser exitosa, debería satisfacer esta condición) y como el

criterio normativo para juzgar las aserciones (para determinar si una aserción es correcta o incorrecta, basta con ver si A es verdadera o no).

Por su parte, el rechazo [*denial*] es un acto de habla que expresa la actitud proposicional de rechazo¹⁵ [*rejection*] hacia un contenido. Clásicamente, el rechazo de una proposición ' Pa ' es equivalente a la aserción de su negación. Esto queda capturado en la siguiente tesis:

- Tesis Frege-Geach de la equivalencia rechazo-negación: el rechazo de ' Pa ' es equivalente a la aserción de ' $\neg Pa$ ' tanto en sus efectos conversacionales como en cuanto a los compromisos adquiridos por quien los enuncia.

Pero en contextos multivaluados, donde se asumen vacíos o cúmulos de verdad, se vuelve necesario diferenciar la aserción de una negación del rechazo de una oración afirmativa. Por ejemplo, en K3 y LP la tesis de la equivalencia deja de valer para un lado:

(K3) Aserción de ' $\neg Pa$ ' \Rightarrow Rechazo ' Pa ' pero Rechazo ' Pa ' $\not\Rightarrow$ Aserción de ' $\neg Pa$ '

(LP) Rechazo ' Pa ' \Rightarrow Aserción de ' $\neg Pa$ ' pero Aserción de ' $\neg Pa$ ' $\not\Rightarrow$ Rechazo ' Pa '

En el caso de las **teorías paraconsistentes**, la aserción ' $\neg Pa$ ' no implica el rechazo de ' Pa '. Si Pa está semánticamente sobredeterminado, entonces lo correcto (siguiendo (TNA)) es **aseverar lo verdadero**, es decir, asertar tanto ' Pa ' como ' $\neg Pa$ '. Si Pa se toma como un *glut*, entonces uno se compromete tanto con la aserción de ' Pa ' como con la aserción de ' $\neg Pa$ '.

En el caso de las **teorías paracompletas**, rechazar ' Pa ' no implica aseverar ' $\neg Pa$ '. En el marco de una teoría paracompleta, el rechazo debe entenderse como un acto de habla *sui generis*, que no debe definirse en términos de la aserción. El rechazo de ' Pa ' no compromete a una con la falsedad de Pa . Vamos a decir que es apropiado rechazar una proposición sólo si dicha proposición no es verdadera (es decir, cuando es falsa o indeterminada respecto de la verdad y la falsedad).

Entonces, si ' Pa ' es un *gap*, lo correcto es **rechazar lo no verdadero**, *i.e.* rechazar ' Pa ' y rechazar ' $\neg Pa$ ' al mismo tiempo. En este sentido, el valor $\frac{1}{2}$ se distancia interpretaciones epistémicas según las cuales el valor $\frac{1}{2}$ denota un estado de agnosticismo o ignorancia respecto de ' Pa '. Si

¹⁵ En español, la expresión “rechazo” es ambigua y puede significar un acto de habla o una actitud proposicional. Por lo general, voy a emplear el primer sentido de rechazar (en inglés, *deny*).

este fuera el caso, entonces no sería correcto asertar ni $\lceil Pa \rceil$ ni $\lceil \neg Pa \rceil$, pero tampoco sería correcto rechazarlos. Lo racional sería suspender el juicio. Por el contrario, tomar $\lceil Pa \rceil$ como semánticamente indeterminado implica rechazar tanto $\lceil Pa \rceil$ como $\lceil \neg Pa \rceil$.

Si entendemos los casos limítrofes como *indeterminados* respecto de cierta propiedad P , entonces está vedada la aserción de $\lceil Pa \rceil$ y la aserción de $\lceil \neg Pa \rceil$. Esta concepción de la aserción y el rechazo nos permite rechazar $\lceil Pa \rceil$, a la vez que deja vedada la aserción de $\lceil \neg Pa \rceil$.

Con estas herramientas, ya podemos defender el rechazo de tercero excluido y justificar la aserción de su negación.

3.3. Argumentos en favor del rechazo de tercero excluido

Ahora pasemos a los argumentos en favor de la posición anti-límites respecto de la ley de tercero excluido.

A favor del rechazo de $A \vee \neg A$

Tappenden (1993) hace una lectura de la ley de tercero excluido como “condición de límites precisos” [*sharp boundaries condition*]. La idea es que cuando afirmamos alguna de las siguientes oraciones:

Todos son pelados o no lo son

Esta mancha de pintura es verde o no lo es

Estamos transmitiendo que hay algún *límite* entre ese predicado y su negación: en el primer caso, estamos comunicando que hay alguna cantidad de pelo que permite clasificar a todas las personas como peladas o no peladas, y en el segundo caso, estamos implicando que debemos contar a la mancha de pintura como verde o no verde. Pero las reglas que confieren significado a los predicados vagos excluyen la posibilidad de límites precisos. Por lo tanto, la ley de tercero excluido (en su forma universal y en su forma singular) debe ser rechazada en la presencia de casos limítrofes.

Este primer argumento nos dice que cualquier afirmación de tercero excluido queda excluida por el significado mismo de los predicados vagos. Ahora, el segundo argumento que presentaré utiliza las nociones de aserción y rechazo.

Si asumimos que la verdad es la norma de la aserción y entendemos los casos limítrofes de F como *ni verdaderos ni falsos*, entonces está vedada la aserción de ' Fa ' y la aserción de ' $\neg Fa$ '. Lo racional, en este caso, es rechazar ambas. Por lo tanto, el principio de tercero excluido debe ser rechazado en instancias limítrofes, ya que ninguno de los disyuntos es verdadero: si no es verdadero que a es F , y tampoco es verdadero que a no es F , entonces el rechazo de ' a es F o a no es F ' está permitido (cuando a es un caso limítrofe de F).

A favor de la aceptación de $\neg(A \vee \neg A)$

Sin embargo, como ya vimos, una vez que admitimos *gaps*, el rechazo de una proposición no siempre implica que podamos afirmar su negación.

Pero si a es un caso limítrofe de F , entonces es verdadero que a es indeterminado respecto de F : no es claramente F , pero tampoco es claramente $\neg F$. Es decir, es verdadero (en el modelo dado) que no pertenece ni a la extensión ni a la anti-extensión de F . Por lo tanto, la única aserción permitida, en este caso, sería la descripción disyuntiva: ' a no es ni F ni es no F '.

Preferencia por *neither*

En los resultados vistos, una posible explicación de la preferencia por las descripciones disyuntivas por sobre las descripciones conjuntivas es que las afirmaciones de *neither* son menos costosas que las afirmaciones *both*.

Si la descripción disyuntiva ' a no es F ni no es F ' es verdadera, entonces la descripción ' a es F y no es F ' también es verdadera. Sin embargo, esta última afirmación requiere más pasos, porque se sigue de ' a no es ni F ni es no F ' tras emplear las reglas de De Morgan y la regla de doble negación.

4. Conclusión

Comencé el capítulo introduciendo la noción de 'interpretación filosófica' y explique cómo se relaciona con un sistema formal de lógica (en particular, motivando cierta lectura de los valores no clásicos, repercutiendo también en la noción de validez).

Con esto, presenté una interpretación filosófica del valor $\frac{1}{2}$ que es compatible con una lógica paracompleta y que permite dar cuenta de (i) los casos limítrofes como semánticamente

indeterminados, (ii) la aceptación de contradicciones limítrofes, cuya contracara es el rechazo de los principios lógicos clásicos de tercero excluido y de no contradicción (siempre y cuando sean aplicados a casos limítrofes).

Luego, argumenté por qué los casos limítrofes constituyen contraejemplos a la ley de tercero excluido, y sostuve que una teoría lógica de la vaguedad debería permitir el rechazo de la ley de tercero excluido a la que vez que debería autorizar la aserción de la descripción disyuntiva de casos limítrofes.

Capítulo 4

La lógica de las contradicciones limítrofes

Comenzaré este capítulo presentando los objetivos que debe cumplir una lógica de las contradicciones limítrofes (§1). Luego (§2), haré una exposición de dos sistemas lógicos acordes a los objetivos propuestos, $K3^{\oplus}$ y $K3^{\boxplus}$, y mostraré cómo tratan las contradicciones limítrofes. Inmediatamente después (§3), desarrollaré el tratamiento que se da al principio de tolerancia y a la paradoja de sorites en cada uno de estos sistemas. Al final aparece la conclusión (§4).

1. Objetivos

Para considerarse una *lógica de las contradicciones limítrofes*, cualquier sistema lógico propuesto debe cumplir los siguientes objetivos.

Modelos parciales y un valor indeterminado. Este sistema debe tener los valores clásicos de verdad y falsedad, y además contemplar un tercer valor veritativo “semánticamente indeterminado” para dar cuenta de los casos limítrofes, entendiendo que se trata de aquellos objetos que no pertenecen ni a la extensión ni a la anti-extensión de un predicado en un modelo.

Condiciones de aserción. Su semántica debe darnos las condiciones de aserción de oraciones que involucran predicados vagos. Si admitimos la verdad como norma de la aserción, sólo las fórmulas que reciben el valor 1 pueden ser afirmadas, mientras que las fórmulas con valor 0 deben ser rechazadas (aunque la aserción de su negación es permisible). En el caso de aquellas fórmulas con valor $\frac{1}{2}$, hay varias opciones disponibles: una es el rechazo (ya que se debe rechazar lo no verdadero), otra opción es formular una contradicción limítrofe, de modo que aquella proposición se vuelva asertable.

Conjunción y disyunción irregulares. Esta lógica tiene que poder reproducir el comportamiento irregular de las conectivas que observamos en instancias limítrofes. La conjunción tiene que estar definida de modo tal que, en casos limítrofes, la descripción conjuntiva sea aceptada a la vez que ambos conyuntos, por separado, sean rechazados (es decir, la eliminación de la conjunción

debe ser una regla inferencial inválida). La disyunción debe denotar una función de verdad que permita rechazar el principio de tercero excluido en casos limítrofes, y que al mismo tiempo haga permisible asertar su negación (la descripción disyuntiva).

Principio de tolerancia indeterminado. Para cumplir con el *desideratum* establecido al comienzo de esta tesis, el principio de tolerancia no debe ser verdadero (porque la competencia lingüística dicta que, en cierto punto, el predicado debe dejar de aplicarse a objetos de la serie sorítica) ni tampoco falso (ya que su falsedad sería equivalente a la verdad de la oración que afirma la existencia de un corte preciso entre la extensión y la anti-extensión del predicado). Como el condicional de SK ya cumple con este objetivo, no veo motivos para cambiarlo.

2. La lógica de las contradicciones limítrofes

A continuación, voy a presentar dos sistemas lógicos, $K3^{\circledast}$ y $K3^{\boxtimes}$, que cumplen con los objetivos propuestos. Ambas lógicas están basadas en $K3$ de primer orden, que fue presentada en los *Preliminares técnicos* (Introducción, §3.2.2.1). Para simplificar, restringimos la presentación siguiente a predicados monádicos.

Recordamos que $K3$ de primer orden tiene tres valores de verdad $\mathcal{V} = \{1, \frac{1}{2}, 0\}$ y la relación de consecuencia se define como preservación del valor designado $\mathcal{D} = \{1\}$. Por último, una **valuación** (de $K3$) **relativa a un modelo** M es una función $v_M: \text{FOR}(\mathcal{L}_{\text{PO}}) \rightarrow \mathcal{V}$ que cumple las siguientes condiciones:

1. La fórmulas atómicas se valúan a partir de las siguientes cláusulas:

$$\begin{aligned} v_{M,g}(Pt) &= 1 \text{ sii } \|t\|_{M,g} \in I(P+) \\ v_{M,g}(Pt) &= 0 \text{ sii } \|t\|_{M,g} \in I(P-) \\ v_{M,g}(Pt) &= \frac{1}{2} \text{ sii ni } \|t\|_{M,g} \notin I(P+) \text{ ni } \|t\|_{M,g} \notin I(P-) \end{aligned}$$

2. La negaciones, conjunciones, disyunciones y fórmulas condicionales se valúan del siguiente modo:

$$\begin{aligned} v_M(\neg A) &= 1 - v_M(A) \\ v_M(A \wedge B) &= \min\{v_M(A), v_M(B)\} \\ v_M(A \vee B) &= \max\{v_M(A), v_M(B)\} \\ v_M(A \rightarrow B) &= \max\{1 - v_M(A), v_M(B)\} \end{aligned}$$

3. Por último, los cuantificadores tienen las siguientes condiciones veritativas:

$$v_{M,g}(\forall xA) = \min\{v_{M,g'}[x/d](A): \text{para todo objeto } d \in \mathfrak{D}\}$$

$$v_{M,g}(\exists xA) = \max\{v_{M,g'}[x/d](A): \text{para todo objeto } d \in \mathfrak{D}\}$$

A lo largo del capítulo, usaré \wedge y \vee para significar la conjunción y la disyunción de Strong Kleene, respectivamente. Lo mismo con el condicional \rightarrow . Los cuantificadores \forall y \exists generalizan, respectivamente, la conjunción de SK (en el caso del cuantificador universal) y la disyunción de SK (en el caso del existencial).

Por último, la noción de consecuencia lógica en K3 (y en los sistemas siguientes) es entendida como *preservación de verdad*:

Definición (validez en K3). La inferencia de A a partir del conjunto de premisas Γ es K3-válida ($\Gamma \models_{K3} A$) si y sólo si para cada interpretación M bajo g , si $v_{M,g}(\gamma)=1$ para todos los $\gamma \in \Gamma$, entonces $v_{M,g}(A)=1$.

2.1. K3 \otimes

Una primera opción consiste en enriquecer el conjunto de conectivas de K3 con dos conectivas binarias adicionales \otimes , que llamaremos respectivamente *conjunción* $^{\otimes}$ y *disyunción* $^{\oplus}$ para diferenciarlas de \wedge y \vee . Estos nuevos conectivos se definen de acuerdo a las siguientes matrices presentes en Caret (2017):

\otimes	1	$\frac{1}{2}$	0	\oplus	1	$\frac{1}{2}$	0
1	1	$\frac{1}{2}$	0	1	1	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$
0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0

Tablas de verdad de la conjunción $^{\otimes}$ y disyunción $^{\oplus}$

Este sistema predice que las contradicciones limítrofes serán aceptadas al mismo tiempo que sus componentes, tomados individualmente, serán rechazados. Por ejemplo, sea l la constante de individuo que denota a Luciano, un caso limítrofe del predicado monádico T (' x es alto'). En K3 \otimes , como l no pertenece ni a la extensión ni a la anti-extensión de T , la oración Tl es

indeterminada. Como su valor es $\frac{1}{2}$, se predice que tanto Tl como su negación serán rechazadas (ya que lo racional es rechazar lo no verdadero).

Sin embargo, las contradicciones limítrofes basadas en Tl serán ambas aceptadas, ya que las dos reciben el valor 1 (tanto en su formulación con la conjunción[⊗] como con la disyunción[⊕]: $Tl \otimes \neg Tl$ y $\neg(Tl \oplus \neg Tl)$). La siguiente tabla se detallan los valores de verdad de cada una de las fórmulas (los valores relevantes aparecen marcados):

$$v_M(Tl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(\neg Tl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Tl \otimes \neg Tl) = \mathbf{1}$$

$$v_M(Tl \oplus \neg Tl) = 0$$

$$v_M(\neg(Tl \oplus \neg Tl)) = \mathbf{1}$$

¿Por qué agregar una conjunción y disyunción extra, en lugar de reemplazar las \wedge y \vee de Strong Kleene? Esto se debe a que estos nuevos conectivos asignan el valor 1 a fórmulas que desearíamos que no reciban ese valor. Por ejemplo, supongamos que Luciano también es un caso limítrofe de R (' x es rubio'). En este caso, quisiéramos que las afirmaciones permisibles sean contradicciones limítrofes formuladas con Rl por un lado, y contradicciones limítrofes basadas en Tl por otro. Por ejemplo: que no es rubio ni no es rubio, o que es las dos cosas a la vez (es decir, $\neg(Rl \oplus Rl)$, $Rl \otimes \neg Rl$); que no es ni alto ni bajo, o que es alto y no lo es (es decir, $\neg(Tl \oplus Tl)$, $Tl \otimes \neg Tl$).

El problema es que también le asigna 1 a $Rl \otimes Tl$ y $\neg(Rl \oplus Tl)$, porque ambas son indeterminadas y por ello, trata a este par de fórmulas como si fueran contradicciones limítrofes aunque no lo sean:

$$v_M(Tl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Rl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Tl \otimes Rl) = \mathbf{1}$$

$$v_M(Tl \oplus Rl) = 0$$

$$v_M(\neg(Tl \oplus Rl)) = \mathbf{1}$$

Una solución a este problema es decir que la conjunción y disyunción del lenguaje natural son ambiguas entre dos funciones veritativas: la conjunción puede interpretarse como \otimes o \wedge , y la disyunción como \oplus o \vee . En este caso, la desambiguación correcta no sería esta, y habría que interpretar la conjunción y disyunción de la otra manera. Así, $Rl \wedge Tl$ y $\neg(Rl \vee Tl)$ serían indeterminadas:

$$v_M(Tl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Rl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Tl \wedge Rl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Tl \vee Rl) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(\neg(Tl \vee Rl)) = \frac{1}{2}$$

Ahora veamos qué inferencias son (in)válidas en $K3^{\otimes}$. Como establecimos en la sección §1, la eliminación de la conjunción[⊗] es una regla inválida en $K3^{\otimes}$:

$$A \otimes B \not\equiv B$$

$$A \otimes \neg A \not\equiv \neg A / A \otimes \neg A \not\equiv A$$

El contraejemplo a su validez está dado por el caso en que ambos conyuntos son indeterminados. En ese caso, la conjunción es verdadera, pero la eliminación de \otimes no preserva verdad. Esto es, hay al menos un modelo en el que $v_M(Tl \otimes \neg Tl) = 1$ pero $v_M(Tl) = v_M(\neg Tl) = \frac{1}{2}$. Esto se condice con los resultados obtenidos en estudios experimentales: los hablantes prestan mayor su asentimiento a la descripción conjuntiva a la vez que rechazan cada uno de los conyuntos.

El principio de explosión, según el cual de una contradicción se sigue cualquier cosa, es inválido si la premisa contradictoria es formulada con la conjunción[⊗]:

$$A \otimes \neg A \not\equiv B$$

El contraejemplo a su validez está dado por un modelo en que las premisas son indeterminadas y la conclusión es falsa o indeterminada. Sólo en este caso no se está autorizado a inferir cualquier cosa de una contradicción; esto es, sólo las contradicciones limítrofes son contradicciones

verdaderas. No obstante, $K3^*$ es una lógica **paraconsistente** en un sentido limitado, porque si bien el principio de explosión[⊙] es inválido, las siguientes inferencias sí son válidas:

$$A \wedge \neg A \vDash B$$

$$A, \neg A \vDash B$$

En cambio, podemos decir que $K3^*$ es una lógica **paracompleta** en dos sentidos, porque ni (LTE) ni (LTE)[⊕] son verdades lógicas:

$$\not\vDash A \vee \neg A$$

$$\not\vDash A \oplus \neg A$$

Nótese que $\forall x \neg(Px \otimes \neg Px)$ y $\forall x (Px \oplus \neg Px)$ sólo pueden ser verdaderas o falsas, no indeterminadas. Serán verdaderas cuando las instancias de P reciban un valor clásico, y falsas en caso de que sean $\frac{1}{2}$, pero nunca podrán ser indeterminadas. En cambio, $\forall x \neg(Px \wedge \neg Px)$ y $\forall x (Px \vee \neg Px)$ sólo pueden ser verdaderas o indeterminadas, no falsas.

En general, el fragmento de $K3^*$ sin las conectivas nuevas es idéntico a $K3$ (es decir, válida las mismas inferencias que $K3$ y consecuentemente, tampoco posee verdades lógicas). Sin embargo, a diferencia de $K3$, $K3^*$ sí tiene verdades lógicas. Para mostrar este hecho, primero definimos un **operador de incompletitud** $\Delta B \stackrel{\text{def}}{=} \neg(B \oplus \neg B)$, que dice que B es una fórmula incompleta o indeterminada. La tabla para ΔB se ve así:

B	ΔB
1	0
$\frac{1}{2}$	1
0	0

De este modo, las siguientes fórmulas son verdades lógicas en $K3^*$:

- (1) $\vDash \neg \Delta A \oplus \Delta A$ (También: $\vDash \neg \Delta A \vee \Delta A$)¹⁶
- (2) $\vDash (B \oplus \neg B) \oplus \Delta B$ (También: $\vDash (B \oplus \neg B) \vee \Delta B$)
- (3) $\vDash (B \oplus \neg B) \vee \neg(B \oplus \neg B)$
- (4) $\vDash (B \oplus \neg B) \oplus \neg(B \oplus \neg B)$

¹⁶Nótese que la negación del operador de indeterminación es equivalente al operador de consistencia de las LFI, tal como se muestra en Carnielli, Coniglio & Rodrigues (2018).

El primer principio lógico (1) puede leerse del siguiente modo: “toda fórmula A o bien está determinada, o bien es incompleta”. Las nuevas verdades (2)-(4) son más interesantes, porque equivalen a una formulación de la ley de tercero[⊕], $(PTE)^{\oplus} \equiv (A \oplus \neg A)$ excluido en las que A es la ley de tercero excluido y su negación: $(PTE)^{\oplus} \vee \neg(PTE)^{\oplus}$ o también $(PTE)^{\oplus} \oplus \neg(PTE)^{\oplus}$ (“toda fórmula B o bien satisface el principio de tercero excluido o bien satisface su negación”). Esto está en consonancia con lo que defendimos en el capítulo 3: el rechazo de tercero excluido está justificado cuando tiene instancias limítrofes, pero cuando sus instancias son determinadas (es decir, toman valores clásicos) entonces la ley de tercero excluido vale.

Lo mismo ocurre con el principio de no contradicción[⊗], $(PNC)^{\otimes} \equiv \neg(A \otimes \neg A)$. Cuando A es el principio de no contradicción, entonces $\neg((PNC)^{\otimes} \wedge \neg(PNC)^{\otimes})$ y $\neg((PNC)^{\otimes} \otimes \neg(PNC)^{\otimes})$ son verdaderos en todo modelo.

Además, se logra recuperar las siguientes versiones del principio de identidad:

$$\vDash \Delta A \rightarrow \Delta A / \vDash \neg \Delta A \rightarrow \neg \Delta A$$

La primera verdad lógica puede leerse como “lo indeterminado (o incompleto) se implica a sí mismo” y la segunda como “lo determinado se implica a sí mismo”.

Inferencias (in)válidas en K3[⊗]

$A \vDash A \oplus B$	Introducción \oplus
$A, B \vDash A \otimes B$	Introducción \otimes
$A \otimes B, B \rightarrow C, A \rightarrow C \vDash C$	Eliminación \otimes
$\neg A \otimes \neg B \vDash \neg(A \oplus B)$	Leyes de De Morgan para \otimes y \oplus
$\neg(A \otimes B) \vDash \neg A \oplus \neg B$	Leyes de De Morgan para \otimes y \oplus
$A \rightarrow B \vDash \neg A \oplus B$	Relación \rightarrow con \neg y \oplus
$A \rightarrow B \vDash \neg(A \otimes \neg B)$	Relación \rightarrow con \neg y \otimes
$\neg(A \rightarrow B) \vDash A \otimes \neg B$	pero $A \otimes \neg B \neq \neg(A \rightarrow B)$
$\neg(A \rightarrow \neg B) \vDash A \otimes B$	pero $A \otimes B \neq \neg(A \rightarrow \neg B)$
$A \otimes \neg A, \neg \Delta A \vDash B$	También: $(A \otimes \neg A) \otimes \neg \Delta A \vDash B$

$$\Delta(A \otimes B) \vDash \Delta A \oplus \Delta B$$

$$A, \neg B, \neg \Delta B \vDash \neg(A \rightarrow B)$$

$$\Delta(A \oplus B) \vDash \Delta A \oplus \Delta B$$

$$A \otimes \neg A \vDash \Delta A$$

$$\neg(A \otimes \neg A) \vDash \neg \Delta A$$

Además, podemos establecer los siguientes metateoremas:

$$\text{Si } A \vDash B \text{ y } A \vDash C \text{ entonces } A \vDash B \otimes C$$

$$\text{Si } A \vDash C \text{ y } B \vDash C \text{ entonces } A \oplus B \vDash C$$

2.2. K3 \boxtimes

En lugar de sumarle a K3 nuevas operaciones binarias \boxtimes y afirmar que la conjunción y la disyunción del lenguaje natural son ambiguas entre dos interpretaciones, una segunda opción consiste en reemplazarlas por una nueva conjunción y disyunción que denotan funciones de verdad diferentes a las de Strong Kleene. De este modo, eliminamos la explicación *ad hoc* dada en el sistema anterior y restauramos el número original de conectivos binarios (un condicional, una conjunción, una disyunción).

Las nuevas conectivas intensionales fueron tomadas de Alxatib, Pagin & Sauerland (2013), pero con algunas modificaciones¹⁷ para adaptarla a los objetivos aquí propuestos.

2.2.1. La conjunción y disyunción intensionales

La nueva conjunción \boxtimes y disyunción \boxplus se definen a partir de las conjunción y disyunción usuales, pero empleando una serie de conceptos nuevos. Comenzamos definiendo dos funciones:

$$\text{Función techo } \mathcal{T}(A): \sup\{k: \text{para algún modelo } \mathcal{M}, v_{\mathcal{M}}(A) = k\}$$

$$\text{Función piso } \mathcal{P}(A): \inf\{k: \text{para algún modelo } \mathcal{M}, v_{\mathcal{M}}(A) = k\}$$

¹⁷Ellos presentan estas nuevas conectivas en el marco de una lógica difusa con una relación de consecuencia distinta a la nuestra (en particular, los modelos en los que las premisas valen 0,5 pero la conclusión es falsa son contramodelos en su lógica, pero no en K3 \boxtimes). Por lo tanto, si bien ambas lógicas comparten los mismos conectivos intensionales, no validan las mismas inferencias (*e.g.* su sistema no posee verdades lógicas, mientras que el nuestro sí).

El *techo* de una fórmula A es el valor de verdad más alto que A puede recibir (es lo más verdadera que una fórmula puede llegar a ser). Del mismo modo, el *piso* de una fórmula A es el valor de verdad más bajo que A puede recibir (es lo más falsa que una fórmula puede llegar a ser). Por último, decimos que el *rango de valores* de A está dado por el par ordenado $\mathbf{r}(A) = \langle \mathcal{P}(A), \mathcal{T}(A) \rangle$.

Por ejemplo, el rango de Pa es $\langle 0, 1 \rangle$, porque hay modelos en los que a pertenece sólo a la anti-extensión (modelos donde Pa es falsa), otros en los que pertenece sólo a la extensión (modelos donde Pa es verdadera) y otros en los que no pertenece a ninguna (modelos donde Pa es indeterminada). Generalizando, podemos decir que $\mathbf{r}(A) = \langle 0, 1 \rangle$ para toda proposición atómica A , dado que puede recibir cualquier valor de verdad.

Ahora tomemos una contradicción clásica: $Pa \wedge \neg Pa$. El piso de esta fórmula es 0, porque hay modelos en los que a pertenece sólo a la anti-extensión o sólo a la extensión (en cuyo caso, uno de los conyuntos sería falso siempre, haciendo falsa la conjunción), y su techo sería $\frac{1}{2}$, porque hay al menos un modelo en el que a no pertenece ni a la extensión ni a la anti-extensión de P , haciendo indeterminada la conjunción. No hay ningún modelo en el que $Pa \wedge \neg Pa$ pueda ser verdadera. Por lo tanto, su rango es $\mathbf{r}(Pa \wedge \neg Pa) = \langle 0, \frac{1}{2} \rangle$.

Ahora tomemos una verdad lógica clásica: $Pa \vee \neg Pa$. El techo de esta fórmula es 1, porque hay modelos en los que a pertenece sólo a la anti-extensión o sólo a la extensión (en cuyo caso, uno de los conyuntos sería verdadero siempre, haciendo verdadera la disyunción), y su piso sería $\frac{1}{2}$, porque hay al menos un modelo en el que a no pertenece ni a la extensión ni a la anti-extensión de P , haciendo indeterminada la disyunción. No hay ningún modelo en el que $Pa \wedge \neg Pa$ pueda ser falsa. Por lo tanto, su rango es $\mathbf{r}(Pa \vee \neg Pa) = \langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$.

Clasificación semántica en CL	Ejemplos	Rango
<i>Contingencia</i>	$Pa, \neg Pa, Pa \wedge Pa, \neg Pa \wedge \neg Pa$ $Pa \vee Pa, Pa \wedge Pb$	$\langle 0, 1 \rangle$
<i>Contradicción</i>	$Pa \wedge \neg Pa$ $Pa \wedge (Pb \wedge \neg Pb)$	$\langle 0, \frac{1}{2} \rangle$
<i>Verdad lógica</i>	$Pa \vee \neg Pa,$ $Pa \vee (Pb \vee \neg Pb)$	$\langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$

Los operadores intensionales \boxtimes y \boxdot tienen la misma sintaxis que \vee y \wedge , pero una semántica distinta, donde cada valuación es relativa al rango de valores que una fórmula puede adquirir:

$$v_M(A\boxtimes B) = \frac{v_M(A \wedge B) - \mathcal{P}(A \wedge B)}{\mathcal{J}(A \wedge B) - \mathcal{P}(A \wedge B)}$$

$$v_M(A\boxdot B) = \frac{v_M(A \vee B) - \mathcal{P}(A \vee B)}{\mathcal{J}(A \vee B) - \mathcal{P}(A \vee B)}$$

Retomando el ejemplo de la sección anterior, la fórmula atómica Tl ('Luciano es alto') recibe el valor semántico $\frac{1}{2}$, y las siguientes fórmulas también:

$$v_M(\neg Tl) = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$v_M(Tl \wedge \neg Tl) = v_M(Tl \vee \neg Tl) = 0,5$$

Si interpretamos el valor no clásico como un *gap*, entonces el sistema predice que estas fórmulas serán *rechazadas* por los hablantes. Sin embargo, cuando estas fórmulas integran una conjunción o disyunción, su valor semántico puede cambiar. Por ejemplo, la descripción conjuntiva basada en Tl es verdadera:

$$v_M(Tl\boxtimes\neg Tl) = \frac{v_M(Tl \wedge \neg Tl) - \mathcal{P}(Tl \wedge \neg Tl)}{\mathcal{J}(Tl \wedge \neg Tl) - \mathcal{P}(Tl \wedge \neg Tl)} = \frac{0,5 - 0}{0,5 - 0} = 1$$

De este modo, la contradicción limítrofe es aceptada a la vez que los conyuntos evaluados individualmente son rechazados. Por este motivo, la eliminación de la conjunción es una regla inferencial inválida:

$$A\boxtimes\neg A \not\models A$$

$$A\boxtimes\neg A \not\models \neg A$$

El contraejemplo está dado por el caso en que A es indeterminado. En ese caso, la premisa es verdadera y la conclusión es indeterminada. Sin embargo, si la conjunción contempla todos los valores en su rango, *i.e.* $\mathbf{r}(A\boxtimes B) = \langle 0, 1 \rangle$, entonces sí es válido eliminar la conjunción: $A\boxtimes B \models A$ y $A\boxtimes B \models B$. Así, por ejemplo, $Pa\boxtimes Qb \models Pa$ y $Pa\boxtimes Qb \models Qb$ sí son inferencias válidas.

La descripción disyuntiva basada en Tl también es verdadera. Esto se debe a que el rechazo de tercero excluido está justificado cuando tratamos con casos limítrofes:

$$v_M(TI \boxtimes \neg TI) = \frac{v_M(TI \vee \neg TI) - \mathcal{P}(TI \vee \neg TI)}{\mathcal{J}(TI \vee \neg TI) - \mathcal{P}(TI \vee \neg TI)} = \frac{0,5 - 0,5}{1 - 0,5} = 0$$

$$v_M(\neg(TI \boxtimes \neg TI)) = 1$$

Pero si TI recibe un valor de verdad clásico, entonces $TI \boxtimes \neg TI$ es verdadera.

Estas conectivas hacen verdaderas a la contradicciones limítrofes sin hacer verdaderas todas las conjunciones y disyunciones cuyos elementos son $\frac{1}{2}$. Por ejemplo, las oraciones problemáticas para el sistema anterior, $RI \boxtimes TI$ y $\neg(RI \boxtimes TI)$, en este sistema reciben valor *indeterminado*. Si $v_M(RI) = v_M(TI) = 0,5$, entonces $v_M(RI \wedge TI) = 0,5 = v_M(\neg(RI \vee TI))$. Por lo tanto:

$$v_M(RI \boxtimes TI) = \frac{v_M(RI \wedge TI) - \mathcal{P}(RI \wedge TI)}{\mathcal{J}(RI \wedge TI) - \mathcal{P}(RI \wedge TI)} = \frac{0,5 - 0}{1 - 0} = 0,5$$

$$v_M(RI \boxtimes \neg TI) = \frac{v_M(RI \vee TI) - \mathcal{P}(RI \vee TI)}{\mathcal{J}(RI \vee TI) - \mathcal{P}(RI \vee TI)} = \frac{0,5 - 0}{1 - 0} = 0,5$$

$$v_M(\neg(RI \boxtimes TI)) = 0,5$$

Esto se debe a que, en el caso de las conjunciones y disyunciones, las valuaciones son relativas al rango de las fórmulas, el cual varía dependiendo de su forma lógica.

El siguiente resultado indica que, si una conjunción o disyunción tiene como rango a la totalidad de los valores (es decir, si su forma se corresponde con una contingencia clásica), entonces se valúan del mismo modo que en K3:

Teorema 1. Sea \boxtimes la conjunción o la disyunción intensionales, y sea $*$ la conjunción o disyunción de K3. Si \boxtimes es la conectiva principal de una fórmula $A \boxtimes B$ y $\mathbf{r}(A * B) = \langle 0, 1 \rangle$, entonces $v_M(A \boxtimes B) = v_M(A * B)$.

Prueba. Suponemos que $\mathbf{r}(A * B) = \langle 0, 1 \rangle$. Luego, razonamos por casos:

a) Si $v_M(A * B) = 1$, entonces

$$v_M(A \boxtimes B) = \frac{v_M(A * B) - \mathcal{P}(A * B)}{\mathcal{J}(A * B) - \mathcal{P}(A * B)} = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1$$

b) Si $v_M(A * B) = \frac{1}{2} = 0,5$, entonces

$$v_M(A \boxplus B) = \frac{v_M(A * B) - \mathcal{P}(A * B)}{\mathcal{T}(A * B) - \mathcal{P}(A * B)} = \frac{0,5 - 0}{1 - 0} = 0,5$$

c) Si $v_M(A * B) = 0$, entonces

$$v_M(A \boxplus B) = \frac{v_M(A * B) - \mathcal{P}(A * B)}{\mathcal{T}(A * B) - \mathcal{P}(A * B)} = \frac{0 - 0}{1 - 0} = 0$$

Por lo tanto, si $\mathbf{r}(A * B) = \langle 0, 1 \rangle$, entonces $v_M(A \boxplus B) = v_M(A * B)$. ■

Por este motivo, siempre que A sea indeterminado, las contradicciones limítrofes $A \boxplus \neg A$ y $\neg(A \boxplus \neg A)$ siempre van a ser verdaderas, mientras que A , $\neg A$, $A \boxplus A$, $\neg A \boxplus \neg A$ serán $\frac{1}{2}$.

$K3 \boxplus$ es una lógica **paraconsistente** aunque en un sentido limitado, porque:

$$A \boxplus \neg A \not\models B$$

pero $A, \neg A \models B$

$K3 \boxplus$ es una lógica **paracompleta**. Esto es, el principio de tercero excluido no es una fórmula universalmente válida. Siempre que A sea indeterminado, $A \boxplus \neg A$ será falso, $A \boxplus \neg A$ será verdadero (y su negación falsa). Por ejemplo:

$$\begin{aligned} (\text{PNC}^{\boxplus}) \quad & \forall x \neg(Px \boxplus \neg Px) \\ (\text{LTE}^{\boxplus}) \quad & \forall x (Px \boxplus \neg Px) \end{aligned}$$

Ni (PNC^{\boxplus}) ni (LTE^{\boxplus}) son universalmente válidos, porque hay al menos un modelo en el cual son *falsas*: a saber, el modelo que asigna $\frac{1}{2}$ a Pa y su negación, también hace falsas las siguientes instancias: $\neg(Pa \boxplus \neg Pa)$ y $Pa \boxplus \neg Pa$.

Teorema 2. Si la conectiva principal de una fórmula es \boxplus , entonces no puede ser una verdad lógica.

Prueba. Razonamos por casos:

Si $\mathbf{r}(A * B) = \langle 0, 1 \rangle$, entonces $v_M(A \boxplus B) = v_M(A * B)$. Por lo tanto, hay al menos un modelo M donde $v_M(A \boxplus B) = 0,5$, y otro M' donde $v_{M'}(A \boxplus B) = 0$. Si $\mathbf{r}(A * B) = \langle 0,5, 1 \rangle$, entonces hay un modelo M donde $v_M(A \boxplus B) = 0,5$, y otro M' donde $v_{M'}(A \boxplus B) = 0$. Si $\mathbf{r}(A * B) = \langle 0, 0,5 \rangle$, entonces hay un modelo M donde $v_M(A \boxplus B) = 0$.

$A \boxtimes B$ no recibe sólo el valor designado en todos los modelos. Por ende, no puede ser una verdad lógica. |

Sin embargo, como el condicional es el mismo que $K3$ (es decir, no tiene las mismas condiciones de verdad que $\neg(A \boxtimes \neg B)$ o $\neg A \boxtimes B$, sino que es equivalente a $\neg(A \wedge \neg B)$ o $\neg A \vee B$) y las fórmulas que tienen a \boxtimes como conectiva principal pueden tomar valores de verdad determinados a pesar de que sus componentes sean indeterminados, $K3 \boxtimes$ sí tiene verdades lógicas (cuya conectiva principal es el condicional):

$$\begin{aligned} & \models \neg(Pa \boxtimes \neg Pa) \rightarrow (Pa \boxtimes \neg Pa) \\ & \models \neg(Pa \boxtimes \neg Pa) \rightarrow \neg(Pa \boxtimes \neg Pa) \end{aligned}$$

La primera fórmula tiene como antecedente la negación de (LTE^{\boxtimes}) y como consecuente una descripción conjuntiva. Cuando Pa toma valores clásicos, el antecedente es falso y, por ende, el condicional es verdadero. Cuando Pa es indeterminado, la negación de (LTE^{\boxtimes}) es verdadera, y la descripción conjuntiva también lo es. Por lo tanto, es verdadera en todo modelo. La segunda fórmula es una instancia del principio de identidad: $\neg(LTE^{\boxtimes}) \rightarrow \neg(LTE^{\boxtimes})$, y es verdadera en todo modelo ya que (LTE^{\boxtimes}) siempre recibe valores clásicos. Estos dos principios lógicos pueden leerse como: “si Pa es indeterminada, entonces las contradicciones limítrofes basadas en Pa son verdaderas”.

Asimismo, las siguientes oraciones también son verdades lógicas, *mutatis mutandis*, por la misma razón:

- (1) $(PNC^{\boxtimes}) \rightarrow (PNC^{\boxtimes})$
- (2) $\neg(PNC^{\boxtimes}) \rightarrow \neg(PNC^{\boxtimes})$
- (3) $(LTE^{\boxtimes}) \rightarrow (LTE^{\boxtimes})$

Estas instancias del principio de identidad son universalmente válidas (y en general, esto mismo se puede extender a toda contradicción clásica y todo principio clásico cuyas conectivas principales sean \boxtimes).

Inferencias (in)válidas en $K3\boxtimes$

$A \models A\boxtimes B$	Introducción \boxtimes
$A, B \models A\boxtimes B$	Introducción \boxtimes
$\neg A\boxtimes \neg B \models \neg(A\boxtimes B)$	Leyes de De Morgan para \boxtimes y \boxtimes
$\neg(A\boxtimes B) \models \neg A\boxtimes \neg B$	Leyes de De Morgan para \boxtimes y \boxtimes
$A \rightarrow B \models \neg A\boxtimes B$	Pero $\neg A\boxtimes B \not\models A \rightarrow B$
$A \rightarrow B \models \neg(A\boxtimes \neg B)$	Pero $\neg(A\boxtimes \neg B) \not\models A \rightarrow B$
$\neg(A \rightarrow B) \models A\boxtimes \neg B$	pero $A\boxtimes \neg B \not\models \neg(A \rightarrow B)$
$\neg(A \rightarrow \neg B) \models A\boxtimes B$	pero $A\boxtimes B \not\models \neg(A \rightarrow \neg B)$

$K3\odot$ y $K3\boxtimes$ vs. ST

A diferencia de ST, estos dos sistemas pueden darnos un tratamiento satisfactorio de las contradicciones limítrofes que forman parte de oraciones moleculares más grandes. Por ejemplo:

Luciano es alto y no es alto, o tiene el pelo violeta.

Dada la “hipótesis del significado más fuerte”, la oración debe ser evaluada estrictamente por los hablantes (porque $(A \wedge \neg A) \vee B$ no es una contradicción clásica). No importa que el primer disyunto sea tolerantemente verdadero porque, de acuerdo con la HSF, el primer disyunto es *estrictamente* falso. De este modo, el valor de verdad de esta oración es, en última instancia, equivalente al valor de verdad de “Luciano tiene el pelo violeta”. Por lo tanto, la predicción de ST es que los hablantes evaluarán la disyunción como falsa, ya que la oración es (estrictamente) falsa si Luciano es un caso limítrofe de alto pero claramente no tiene el pelo violeta.

Pero esto no parece correcto, porque el primer disyunto parece querer decir que Luciano es un caso limítrofe de alto (y eso sí es verdadero)¹⁸.

¹⁸El colectivo CERvR respondió a esta objeción brindando operadores locales (*cf.* Egré & Zehr (2016)) e incluso una lógica alternativa a ST (ver *Pr-Pr* en Cobreros et al. (2017)).

Como aquí hacemos un tratamiento semántico y no pragmático de las contradicciones limítrofes, podemos ir más allá del nivel oracional. Por eso, esta oración es verdadera tanto en $K3\boxplus$ como en $K3\circledast$:

- En $K3\boxplus$, dado que $(Tl\boxminus\neg Tl)\boxplus Vl$ es una contingencia, se valúa como $(Tl\boxminus\neg Tl) \vee Vl$. Como $v_M(Tl\boxminus\neg Tl) = 1$, la disyunción es verdadera.
- En $K3\circledast$, $(Tl\otimes\neg Tl)\oplus Vl$ también es verdadera, ya que el primer disyunto es verdadero.

3. Sorites y el principio de tolerancia

Examinemos un ejemplo para ver qué tratamiento recibe el principio de tolerancia en los sistemas presentados. Supongamos que hay una serie de manchas de pintura que van, gradualmente, del color azul al verde. Esto nos permite armar el siguiente modelo:

$$M = \langle \mathfrak{D}, I \rangle$$

$$\mathfrak{D} = \{\text{mancha N}^\circ 1, \text{mancha N}^\circ 2, \text{mancha N}^\circ 3, \text{mancha N}^\circ 4, \text{mancha N}^\circ 5, \text{mancha N}^\circ 6\}$$

$$I(m_n) = \text{mancha N}^\circ n$$

$$I(A) = \langle A+, A- \rangle = \langle \{\text{mancha N}^\circ 1, \text{mancha N}^\circ 2\}, \{\text{mancha N}^\circ 5, \text{mancha N}^\circ 6\} \rangle$$

Nro. mancha		1	2		3	4		5	6
Status		AZUL			INDETERMINADO			¬AZUL	

En $K3$, $K3\circledast$ y $K3\boxplus$ cada uno de los condicionales relevantes es verdadero o indeterminado:

$$v_M(Am_1 \rightarrow Am_2) = 1$$

$$v_M(Am_2 \rightarrow Am_3) = v_M(Am_3 \rightarrow Am_4) = v_M(Am_4 \rightarrow Am_5) = \frac{1}{2}$$

$$v_M(Am_5 \rightarrow Am_6) = 1$$

Por lo tanto, la premisa inductiva $\forall x (Ax_n \rightarrow Ax_{n+1})$ es indeterminada en las tres (que comparten el mismo condicional).

No obstante, el primer sistema visto no es de mucha utilidad para tratar con otras versiones del principio de tolerancia. Su formulación con la conjunción[⊗] es falsa, lo cual implica la verdad del existencial con la conjunción[⊗]:

$$v_{M,g}(\forall x \neg(Ax_n \otimes \neg Ax_{n+1})) = 0$$

$$v_{M,g}(\exists x (Ax_n \otimes \neg Ax_{n+1})) = 1$$

La oración universal es falsa, ya que cuando ambos conjuntos son $\frac{1}{2}$, se produce una instancia que hace verdadera a $(Ax_n \otimes \neg Ax_{n+1})$ y falsa a $\neg(Ax_n \otimes \neg Ax_{n+1})$. Por este mismo motivo, el existencial que afirma que hay un punto de corte entre lo azul y lo no azul es verdadero.

Esto nos da otro motivo para retener las conectivas de Strong Kleene en $K3^{\circledast}$: de este modo, el principio de tolerancia y la paradoja de sorites reciben el mismo tratamiento que en $K3$. La premisa inductiva es indeterminada, y el argumento sorítico es un caso de argumento válido con premisas verdaderas e indeterminadas.

En cambio, $K3^{\boxtimes}$ no sufre de este problema, lo cual le da una ventaja decisiva sobre $K3^{\circledast}$. Primero, evaluamos cuál es el rango de la siguiente conjunción:

$$Ax_n \wedge \neg Ax_{n+1}$$

Nótese que hay al menos un modelo en el cual esta conjunción es falsa, *e.g.* un modelo M en el cual $g(x_n) = d$ y $d \in I(A-)$. Por lo tanto, el piso de la conjunción es 0. Pero también hay modelos en los que la conjunción es verdadera, *e.g.* un modelo M' donde $g(x_n) \in I(A+)$ pero a la vez $g(x_{n+1}) \in I(A-)$. Por lo tanto, el techo de la conjunción es 1.

De este modo, $r(Ax_n \wedge \neg Ax_{n+1}) = \langle 0, 1 \rangle$. Como esta fórmula toma la totalidad de valores veritativos en su rango, se aplica el resultado presentado antes (Teorema 1):

$$v_{M,g}(Ax_n \boxtimes \neg Ax_{n+1}) = v_{M,g}(Ax_n \wedge \neg Ax_{n+1})$$

De este modo, sabemos que las formulaciones del principio de tolerancia también serán valuadas como en $K3$:

$$\begin{aligned} v_{M,g}(\forall x \neg(Ax_n \boxtimes \neg Ax_{n+1})) &= v_{M,g}(\forall x \neg(Ax_n \wedge \neg Ax_{n+1})) = \frac{1}{2} \\ v_{M,g}(\exists x (Ax_n \boxtimes \neg Ax_{n+1})) &= v_{M,g}(\exists x (Ax_n \wedge \neg Ax_{n+1})) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Además, es importante señalar que, por el comportamiento de la negación, $\neg \exists x (Ax_n \boxtimes \neg Ax_{n+1})$ también recibe valor indeterminado.

En $K3^{\boxtimes}$, al igual que en $K3$, el veredicto respecto a la paradoja de sorites es que se trata de un argumento **válido**:

$$Am_1, Am_2 \rightarrow Am_3, Am_3 \rightarrow Am_4, Am_4 \rightarrow Am_5, Am_5 \rightarrow Am_6 \models Am_6$$

$$\text{También: } Am_1, \forall x (Ax_n \rightarrow Ax_{n+1}) \models Am_6$$

Este argumento preserva verdad: si todas las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también lo es. La cuestión central es que, si razonamos con premisas indeterminadas, entonces cualquier cosa es posible. Por ello, si la conclusión es falsa (como lo es Am_6 en el modelo dado), esto significa que no todas las premisas son verdaderas.

3.1. Otras presentaciones (versiones debilitadas)

Por consiguiente, tanto $K3\boxtimes$ como $K3\circledast$ cumplen el *desideratum* establecido al comienzo de esta tesis: en una teoría lógica de la vaguedad, el principio de tolerancia tiene que ser indeterminado, porque no puede ser ni verdadero ni falso. Sin embargo, en la literatura encontramos muchas versiones debilitadas del principio de tolerancia, así que cabe preguntarse qué valor de verdad reciben esas versiones de tolerancia en esta lógica.

El principio de tolerancia presentado por CERvR, que emplea el operador de similaridad¹⁹:

$$(PT\sim) \forall x \forall y (Px \wedge x \sim_p y \rightarrow Py)$$

$$[\text{También: } \forall x \forall y (Px \boxtimes x \sim_p y \rightarrow Py)]$$

Recibe valor $\frac{1}{2}$ en $K3\boxtimes$ al igual que en ST (con la diferencia de que en ST $\frac{1}{2}$ basta para ser una verdad lógica, y aquí no). Esto se debe a que $Px \wedge x \sim_p y \rightarrow Py$ siempre será verdadero o indeterminado, nunca falso (si suponemos que el consecuente, Py , es falso y que Px es verdadero, entonces $x \sim_p y$ es falso, haciendo falso al antecedente).

Además, el razonamiento sorítico presentado como una cadena de premisas de similaridad, inválido en ST, también es inválido en estas lógicas:

$$\text{Para cada } n: Am_n, m_n \sim_A m_{n+1} \models Am_{n+1}$$

$$\text{Pero } Am_1, m_1 \sim_A m_2, \dots, m_n \sim_A m_{n+1} \not\models Am_{n+1}$$

Las fórmulas con el operador \sim son bivalentes (sólo pueden tomar 1 o 0 como valor). En el modelo dado, $m_n \sim_A m_{n+1}$ es verdadero para cada n , ya que la diferencia entre objetos adyacentes

¹⁹Las condiciones veritativas del operador de similaridad fueron dadas en la [Introducción \(§3.2.2.3\)](#) y en el [capítulo 1 \(§3.3\)](#).

en la serie sorítica no puede ser igual 1. Sin embargo, como la conclusión es falsa en el modelo, y la premisa Am_1 junto con todas las cadenas $m_n \sim_A m_{n+1}$ son verdaderas, entonces el argumento que contiene el encadenamiento de premisas de similaridad es inválido en ST y las lógicas aquí presentadas.

Asimismo, muchas propuestas paracompletas de otros autores recurren a operadores de determinación (cfr. Shapiro (2006)). Usualmente, el **operador de determinación** se define como un operador de verdad²⁰:

A	$\mathbb{D}A$
1	1
$\frac{1}{2}$	0
0	0

Este operador debe leerse como ‘determinadamente verdadero’ o ‘definitivamente verdadero’. Así, por ejemplo, la siguiente oración:

$$\exists x (\mathbb{D}Ax_n \boxtimes \mathbb{D}\neg Ax_{n+1})$$

Que afirma que existe un punto de corte entre lo definitivamente azul y lo definitivamente no azul, es falsa (ya que para todo n en M , $v_{M,g}(\mathbb{D}Ax_n \boxtimes \mathbb{D}\neg Ax_{n+1}) = 0$). Por lo tanto, su negación $\neg \exists x (\mathbb{D}Ax_n \boxtimes \mathbb{D}\neg Ax_{n+1})$, que niega que dicho punto de corte entre extensión y anti-extensión exista, es verdadera. Asimismo, la siguiente fórmula:

$$\neg \mathbb{D}Ax \boxtimes \neg \mathbb{D}\neg Ax$$

Sólo es satisfecha por los casos limítrofes de ‘azul’ en el modelo dado: cuando $g(x) =$ mancha $N^{\circ}3$, entonces Ax es indeterminada en M bajo g . Lo mismo para $\neg Ax$. Sin embargo, como el operador \mathbb{D} es completamente bivalente, $\mathbb{D}Ax$ es falsa y $\mathbb{D}\neg Ax$ también, haciendo verdaderos ambos conyuntos. Una prueba análoga puede darse para $g'(x) =$ mancha $N^{\circ}4$. En cambio, cuando Ax toma un valor clásico, necesariamente uno de los conyuntos es falso y el otro es

²⁰A pesar de ello, no es fuente de paradojas semánticas, ya que es un operador y no un predicado, y no hay ningún mecanismo de autorreferencia en juego.

verdadero (si es verdadero que es determinadamente azul, entonces es falso que no sea determinadamente azul, y viceversa).

También es verdadera la siguiente versión del principio de tolerancia presentada por Egré (2015):

$$\forall x \forall y (x \sim_p y \rightarrow \neg(\mathbb{D}Px \wedge \mathbb{D}\neg Py))$$

[También: $\forall x \forall y (x \sim_p y \rightarrow \neg(\mathbb{D}Px \boxtimes \mathbb{D}\neg Py))$]

El único caso en el que consecuente es falso es cuando x es un miembro de la extensión de P a la vez que y es un miembro de la anti-extensión de P . Sólo de este modo $v_{M,g}(\mathbb{D}Px) = 1$ y $v_{M,g}(\mathbb{D}\neg Py) = 1$. Pero en ese caso, la diferencia entre Px y Py es mayor a 0,5, lo cual también hace falso al antecedente.

4. Conclusión

En este capítulo brindé dos lógicas paracompletas que modelan el uso de los predicados vagos, y en particular, los veredictos semánticos de los hablantes en torno a contradicciones limítrofes. Presenté un primer sistema, $K3^{\circledast}$, que presenta algunos problemas pero tiene una semántica más simple, y un segundo sistema con dos conectivos intensionales, $K3^{\boxtimes}$, que no posee las mismas dificultades pero cuya semántica es más compleja.

Mostré qué tratamiento proporcionan a la paradoja de sorites y qué valuación reciben las distintas formulaciones del principio de tolerancia: en ambos sistemas la paradoja de sorites es un argumento válido (cuyas premisas pueden no ser todas verdaderas). Además, tanto $K3^{\circledast}$ como $K3^{\boxtimes}$ cumplen con el *desideratum* propuesto en el [capítulo 1 \(§2\)](#) respecto del principio de tolerancia.

En el próximo capítulo responderé a objeciones.

Capítulo 5

Incompletitud, vaguedad de orden superior y textura abierta

En este capítulo me propongo responder a objeciones comunes contra las lógicas no clásicas de la vaguedad, y contra las lógicas paracompletas en particular. En §1, respondo a objeciones relativas a la vaguedad como incompletitud del significado. En §2, hago algunas aclaraciones respecto de la vaguedad de orden superior. En §3, explico cómo se puede compatibilizar mi propuesta con la llamada “textura abierta” de los predicados vagos. Finalmente, en §4 exploro la posibilidad de recaptura clásica. Al final, en §5, aparece la conclusión.

1. No todas las expresiones cuyo significado es incompleto son vagas

Identificar los predicados vagos con predicados cuyo significado es incompleto y, subsecuentemente, poseen casos limítrofes, no excluye términos precisos pero semánticamente incompletos. Es decir, esta identificación sobregenera, porque hay expresiones que son semánticamente indeterminadas en este sentido pero que no diríamos que son vagas. Un ejemplo es el término niño* definido por (Sainsbury, 1991: 55) del siguiente modo:

Alguien es *niño** si tiene 16 años o menos, y no lo es si tiene 18 años o más.

El término niño* es semánticamente incompleto: su significado deja indefinido si alguien de 17 años es niño* o no. Sin embargo, no diríamos que es un predicado vago, porque si bien tiene casos limítrofes, el límite entre la extensión, el área indeterminada y la anti-extensión es sumamente preciso.

No todos los autores acuerdan respecto de si predicados como niño* (incompletos pero cuya área indefinida está claramente delimitada) son vagos o no. Según Sainsbury, no son predicados vagos, mientras que para Fine (1975) sí lo son²¹.

²¹Véase el ejemplo de *nice* (Fine, 1975: 266).

Weatherson (2009) propone varias formas de precisar la concepción de vaguedad como indeterminación semántica para poder escapar a ésta (y otras) objeciones. Pero lo más importante es notar que los predicados vagos son fundamentalmente distintos de términos como *niño** justamente porque no hay cortes precisos entre los casos limítrofes y los casos claros, sino que el límite entre ambos está desdibujado (es decir, porque *niño** es incompleto pero presenta “vaguedad de orden superior”). Esto nos conduce a la siguiente objeción.

2. *Vaguedad de orden superior*

Una objeción común a los sistemas multivaluados es que tienen una forma de “revancha” de sorites: la vaguedad de orden superior.

En la bibliografía, esta expresión puede querer decir muchas cosas. Keefe (2000: 32) diferencia al menos dos fenómenos distintos que se agrupan bajo el rótulo de “vaguedad de orden superior” o (VOS):

(VOS-1) La ausencia de límites precisos entre casos claros y casos indeterminados.

(VOS-1) dice que los casos limítrofes de un predicado vago no deberían estar delimitados con exactitud y precisión (de lo contrario, no se trataría de un predicado vago, sino de un caso como el de *niño**). El problema que se nos plantea ahora es que, si bien nuestra motivación para adoptar un sistema no clásico era eliminar la bipartición clásica entre lo *P* y lo no *P*, con esta nueva lógica terminamos con una tripartición –igual de precisa que la anterior– entre lo definitivamente *P*, lo indeterminado y lo definitivamente no *P*. Para ilustrar mejor esta objeción, daremos un modelo como ejemplo:

$$M = \langle \mathfrak{D}, I \rangle$$

\mathfrak{D} = personas

$I(a_n)$ = persona con n pelos

$I(P)$ =

Nro. de pelos		0, 1, 2, ..., $j-1$		$j, j+1, \dots, k-1$		$k, k+1, \dots, m$
Status		PELADO		INDETERMINADO		\neg PELADO

Esta objeción nos dice que hay claramente un “corte” entre aquellos que definitivamente son pelados y aquellos que son casos limítrofes (véase la línea entre $j-1$ y j) y otro “corte” entre los indeterminadamente pelados y aquellos que claramente no lo son (la línea entre $k-1$ y k).

Una primera respuesta que puede dar la lógica paracompleta es que, justamente, es *indeterminado* que alguien con j pelos sea pelado: podemos decir que es medio pelado, o que no es ni no es pelado, que “es normal” o que tiene una cantidad promedio de pelo. Porque, justamente, no hay manera de determinar si es pelado o no (porque, como ya vimos, los hechos no lingüísticos y las reglas que gobiernan el uso del predicado no son suficientes para justificar una cosa o la otra). En ese caso, estaríamos pasando de “la persona con $j-1$ pelos es pelada” a algo como “la persona con j pelos es medio pelada”. (Una respuesta análoga puede darse para el caso de $k-1$ y k). En mi opinión, esto más que un “corte” parece ser más bien una transición gradual y borrosa.

En segundo lugar, me parece importante señalar que así como las proposiciones “el individuo con $j+1$ pelos es pelado” y “el individuo con $j+1$ pelos no es pelado” expresan casos limítrofes, y por lo tanto, son indeterminadas en \mathcal{M} , lo mismo ocurre con afirmaciones como “hay una última persona pelada en la serie”. Por ejemplo, las siguientes fórmulas no son verdaderas (ni falsas) en los sistemas dados:

$$\begin{aligned} \exists x (Px_{j-1} \wedge \neg Px_j) \\ \neg \exists x Px_{m \geq j} \end{aligned}$$

La primera fórmula afirma que $j-1$ es el último pelado y j es el primer no pelado de la serie, mientras que la segunda afirma que no es el caso que haya una persona con j o más pelos que sea pelada. Ambas son indeterminadas (porque todas sus instancias son o indeterminadas o falsas, y eso es suficiente para determinar que el existencial es indeterminado).

Una posible contrarréplica podría decir: dada la interpretación filosófica desarrollada aquí, en un punto la afirmación cesa y el rechazo comienza. En este sistema siempre va a haber un par de individuos vecinos en la serie (en \mathcal{M} , aquel con $j-1$ pelos y aquel con j pelos), tales que de uno es correcto afirmar que es pelado y del otro es correcto rechazar que lo sea. A esto respondo que el uso competente del predicado exige que en un momento de la serie el predicado vago deje de

aplicarse. De otro modo, seguiríamos aplicando ‘pelado’ hasta llegar a aquella persona de la serie con m pelos (*i.e.* un caso paradigmático de alguien que claramente no es pelado).

La objeción (VOS-2) contra lógicas paracompletas es profundizada por Eklund (2015), quien afirma que estas divisiones deberían ser **escrutables**. Es decir, si la explicación que dimos de los predicados vagos es correcta y su significado es incompleto, entonces deberíamos ser capaces de determinar dónde están los límites entre lo determinado y lo indeterminado. Cualquiera que conozca el significado de un término vago debería poder discernir qué particiones hace el término en cuestión.

En este caso, mi respuesta a Eklund es que la imagen semántica aquí presentada puede proporcionarnos una representación correcta del uso real, y a la vez, puede no ser posible para nosotros determinar cuál de los objetos en la serie es j (es decir: puede que no sea posible para nosotros, usuarios del lenguaje, determinar cuál es el primer objeto indeterminado).

Según Richard (2009), la objeción de que “podemos ver la transición” en la serie presentada (esto es, la idea según la cual claramente podemos identificar que hay alguien calvo, $j-1$, y otro vecino que ya no lo es, j) es una idea errónea, porque hay limitaciones epistémicas insalvables entre los casos claros y los casos limítrofes. Hay **barreras epistemológicas** entre los casos claros y los casos limítrofes, que vuelven el corte entre ambos irremediabilmente borroso. Por ello, siempre habrá objetos en la serie sorítica de los cuales no sabemos si afirmar que son pelados, afirmar que no son pelados, o rechazar que sea una de las dos. Pero esto no implica que los (presuntos) “cortes” del ejemplo (a saber, entre PELADO/INDETERMINADO, y entre INDETERMINADO/ \neg PELADO) no existan.

Nótese que este límite epistemológico del que hablamos es fundamentalmente distinto de la ignorancia por principio que trata Williamson (1994). Desde el epistemicismo, todas las oraciones son o bien verdaderas o bien falsas, pero respecto de los predicados vagos, ignoramos dónde yace el límite entre lo P y lo no P (no obstante, la lógica clásica nos da el tratamiento semántico correcto de los predicados vagos). Como dicha ignorancia no puede ser salvada, nunca vamos a tener la evidencia suficiente para estar autorizados a asertar ni P ni asertar $\neg P$ respecto de casos limítrofes de P . Desde las teorías paracompletas de la vaguedad, estas oraciones también son inasertables, pero por motivos diferentes: no es que ignoramos una verdad (o falsedad), sino que no hay ninguna verdad (falsedad) que conocer, ya que los casos limítrofes de

un predicado son semánticamente indeterminados. En este caso, el problema radica en que no sabemos exactamente cuándo terminan las reglas de aplicación de un predicado, y tampoco conocemos cuándo es que comienzan exactamente las de no aplicación²².

Hasta aquí, dí una respuesta a la vaguedad de orden superior entendida como (VOS-1). Sin embargo, “vaguedad de orden superior” también puede significar:

(VOS-2) Tener casos limítrofes de orden superior.

Así como no parece haber una delimitación precisa entre lo definitivamente P y lo definitivamente no P , una puede querer decir que tampoco hay un límite preciso entre lo definitivamente P y lo indeterminadamente P . Si aceptamos que ‘ x es un caso limítrofe de P ’ también tiene casos limítrofes, entonces aparecen **casos limítrofes de segundo orden**. De este modo, habría objetos que son “indeterminadamente indeterminados” respecto de P , y otros que son “determinadamente indeterminados” respecto de P (algo que es más fácil de inteligir si lo pensamos como un “caso claro” de un caso limítrofe de P).

(VOS-2) es incoherente en el marco de nuestra propuesta, porque definimos a los casos limítrofes como objetos que no son alcanzados por las reglas que gobiernan el uso de cierto predicado y que, por ello, algunas de sus aplicaciones son semánticamente indeterminadas. Por lo tanto, la idea de casos “determinadamente indeterminados” carece de sentido porque ser indeterminado o limítrofe refiere a una privación (*i.e.* no ser determinado respecto de la verdad y la falsedad, o respecto de la extensión y la anti-extensión), y por ende, no se puede ser “determinadamente limítrofe”. Teijeiro (2018) formula sucinta pero brillantemente esta idea:

“Ser limítrofe no es una categoría ontológica sustancial, sino algo negativo: no ser una cosa ni la otra. Por eso, no se puede usar la idea de ser limítrofe para establecer casos indeterminados de posesión de esa propiedad [*sc.* la propiedad de ser limítrofe]. [...] Por ello, no puede haber cosas que sean definitivamente indeterminadas, y por lo tanto, no puede haber casos limítrofes de indeterminación.” (Teijeiro, 2018: 29)

²²Esto generalmente es así, ya que la mayoría de los predicados vagos no trazan *ningún* límite preciso. Sin embargo, un grupo selecto de ellos sí parecen trazar límites: por ejemplo, ‘estar a principios de los treintas’ [*early thirties*] es un predicado vago, pero es claro que tiene un límite inferior (comienza a los 30 años) y otro superior (llega hasta los 35 años). Entonces, quizá sea más correcto hacer una afirmación existencial en lugar de una universal: los predicados vagos son aquellos que carecen de *algún* límite preciso.

Por lo tanto, lo indeterminado no puede ser “determinadamente indeterminado”, porque la indeterminación de los casos limítrofes no es “algo” que se pueda determinar. Todos los objetos de una serie sorítica caen en una de las siguientes categorías: o bien son P , o bien son $\neg P$, o bien son indeterminados respecto de P (entendido negativamente como no ser ninguna de las cosas, ni P ni $\neg P$).

Sin embargo, me parece importante señalar que este argumento tiene un alcance limitado. Creo que este argumento va contra los casos “determinadamente indeterminados” pero no contra los casos “indeterminadamente indeterminados” (es decir, casos en los que no resulta claro si a tiene la propiedad P o si a es un caso limítrofe de P ; algo que parece sumamente plausible).

Quizá la indeterminación sí puede iterarse indefinidamente, dando lugar a casos respecto de los cuales es indeterminado si son indeterminados, es indeterminado si es indeterminado si son indeterminados, y en general, (es indeterminado si)ⁿ son indeterminados²³. O quizá solamente se puede iterar la indeterminación hasta el segundo o tercer nivel, y no más que eso. Sin importar cuántas iteraciones admitamos, la objeción (VOS-2) ya no sería incoherente con la propuesta aquí dada, sino que sería redundante o trivial: sólo diría que los casos indeterminados son indeterminados.

3. *Textura abierta*

En el capítulo 3 defendí que los hablantes típicamente no emiten veredictos en torno a casos limítrofes (y tampoco deberían hacerlo, ya que (TNA) prohíbe las aserciones no verdaderas). *Prima facie*, esta postura está en conflicto con la llamada tesis de la “textura abierta” (o “libertad”) de los predicados vagos, aceptada por muchos teóricos de la vaguedad:

“Supóngase que a es un caso limítrofe de P . [...] Asumo que, en algunas situaciones, un hablante es libre de afirmar Pa y libre de afirmar $\neg Pa$, sin por eso ir contra el significado de los términos o contra ninguna regla del uso del lenguaje. [...] Las reglas del lenguaje, tal como son fijadas por lo que decimos y hacemos, permiten que alguien vaya para un

²³Esta posición aparece defendida en por Mark Richard (2009: 479-480), quien define un operador de indeterminación para K3, donde la iteración del operador de indeterminación puede darse n veces y ser verdadera siempre y cuando la oración de partida no sea ni verdadera ni falsa.

lado u otro en la región limítrofe. Llamemos a esto la tesis de textura abierta.” (Shapiro, 2003: 43)

“[La tesis de la “libertad” dice que] si P es un predicado vago y a es un caso limítrofe de P , entonces un hablante competente es libre afirmar Pa o de afirmar $\neg Pa$, sin por ello comprometer su competencia.” (Smith, 2008: 115)

La visión de la vaguedad como indeterminación semántica parece ser incompatible con esta tesis, ya que predice que los hablantes competentes no van a hacer aserciones de Pa ni $\neg Pa$, porque ambos carecen de valor de verdad.

Me parece que el conflicto entre ambas es sólo aparente. Si interpretamos esta tesis como queriendo decir que los hablantes son capaces de afirmar Pa o $\neg Pa$ **en una conversación dada**, entonces la incompatibilidad se resuelve fácilmente.

En todo contexto encontraremos estándares de precisión variables. Incluso en el transcurso de una misma conversación los estándares de precisión pueden fluctuar, produciendo estipulaciones locales que dan lugar a cierta precisificación de una expresión vaga (precisificaciones que son sólo verdaderas en la conversación presente).

Para ilustrar este punto, podemos recurrir a la idea de marcador o tablero conversacional [*conversational score*] presentada por Lewis (1979). En el transcurso de una conversación, el marcador registra las creencias, presuposiciones, etc. (sean implícita o explícitamente acordadas) de los participantes. También contiene, por ejemplo, el rango de los cuantificadores, y la denotación de nombre propios como “Juan”. Lo importante para nuestro argumento es que algunos componentes del marcador obedecen “reglas de acomodación”, que permiten que el tablero cambie para que distintas “jugadas” pasen a ser correctas. Para defender la idea de que hay reglas de acomodación operando en toda conversación, Lewis cita varios ejemplos, entre ellos, el caso de la vaguedad (*cf.* “Ejemplo 5”). Allí dice:

“Los estándares de precisión difieren de conversación en conversación, e incluso pueden alterarse en el curso de una misma conversación. El ejemplo de Austin, ‘Francia es hexagonal’, es un buen ejemplo de una oración que es lo suficientemente verdadera en muchos contextos, y no lo suficientemente verdadera en otros. Cuando los estándares de precisión son bajos, entonces es aceptable. Si suben los estándares, pierde su

aceptabilidad. Tomar los estándares de precisión como una parte componente de los marcadores conversacionales, una vez más encontramos una regla de acomodación operando.” (Lewis, 1979: 352)

En un contexto conversacional, los hablantes pueden tomar distintas rutas en torno a los casos limítrofes, porque no hay una única manera correcta de precisarlos²⁴. Sin embargo, esto no elimina que las predicaciones limítrofes no sean ni verdaderas ni falsas.

López de Sa (2009) da un ejemplo sencillo de cómo operan las reglas de acomodación en relación a los predicados vagos. Supongamos que hay dos toallas, una es un caso limítrofe de verde, y la otra es blanca; en este escenario, dos personas llevan adelante la siguiente conversación:

—¿Me pasas la toalla?

—Claro, ¿cuál?

—Cualquiera... ¡La verde! ¡Rápido!

En este contexto, los participantes relajan los estándares de precisión lo suficiente como para contar la oración “la toalla es verde” como verdadera, independientemente de que, en sentido estricto, ni “la toalla es verde” ni “la toalla no es verde” sean verdaderas (o falsas).

4. Pérdida de verdades lógicas e inferencias

Una objeción típica a las lógicas no clásicas es que nos obligan a abandonar algunas verdades lógicas imprescindibles o reglas inferenciales básicas.

Generalmente, la principal objeción contra los sistemas paracompletos es que no poseen verdades lógicas. Si bien las llamadas “conexiones penumbrales” no son verdaderas en ninguno

²⁴Lewis defendió que los predicados vagos tienen un significado incompleto y, famosamente, caracterizó la vaguedad como **indecisión semántica**: “La razón por la que es vago dónde comienza el Outback [=región árida de Australia] no es que este lugar, el Outback, tiene límites imprecisos; más bien, hay muchos límites precisos, y nadie ha sido lo suficientemente necio como para tratar de imponer uno de ellos como el referente oficial de ‘Outback’. La vaguedad es indecisión semántica.” (Lewis, 1986: 212). El vocabulario vago es aquel respecto del cual todavía no decidimos cuáles son sus límites: hay muchos potenciales significados precisos (precisificaciones o “candidatos a referente”) que una palabra vaga puede tener, pero todavía no decidimos cuál de todos ellos expresa. Nótese que la “indecisión semántica” no es en sí misma un rasgo del significado de los predicados vagos, sino más bien una razón (distinta de la que nosotras dimos) que explica por qué el significado de los predicados vagos es incompleto.

de los sistemas aquí propuestos (y su rechazo ya fue debidamente fundamentado en los caps. 2 y 3), tanto $K3^*$ como $K3^{\boxtimes}$ poseen verdades lógicas.

Otra objeción podría decir que, en los sistemas lógicos aquí propuestos, la regla de eliminación de la conjunción (regla que, para muchos lógicos, es esencial al significado de la conjunción) es inválida. Pero mientras los argumentos en favor de su preservación son más bien de carácter algebraico (*e.g.* la conjunción debería ser una operación *idempotente*, o ser el *meet* o ínfimo de un retículo, etc.), los argumentos en favor de su abandono se fundan en el uso real de la conjunción ante la presencia de casos limítrofes. Como el objetivo de esta tesis es recoger los predicados vagos en la práctica asertiva real, la invalidez de la regla de simplificación parece justificada.

4.1. Recaptura clásica

La posibilidad de “recaptura” [*recapture*] es una respuesta a una conocida crítica a las teorías lógicas no clásicas, que puede formularse del siguiente modo: muchos resultados científicos importantes (especialmente del ámbito de la matemática) requieren de principios clásicos, que son inválidos en estas lógicas. Por lo tanto, el abandono de la lógica clásica implica también el abandono de teorías científicas ampliamente aceptadas.

Una forma de evitar esta consecuencia indeseable es dando resultados de “recaptura clásica”, que permitan que CL funcione dentro de determinados dominios discursivos (*e.g.* las ciencias en general, la matemática en particular). La idea detrás de estos resultados es que si bien algunas leyes o principios clásicos no son válidos *en general*, sí pueden aplicarse en casi cualquier circunstancia. Por ejemplo, pueden aplicarse en todos aquellos contextos en los cuales no hay paradojas (más comúnmente paradojas semánticas, pero también paradojas de vaguedad o de conjuntos) u otra clase de oraciones problemáticas involucradas (*e.g.* la oración del honesto²⁵, que no genera inconsistencia pero que es semánticamente problemática).

Una primera propuesta consiste en representar dentro de estas teorías un operador que sirva para marcar las oraciones problemáticas, lo cual permitiría separar y delimitar el conjunto de fórmulas a las cuales no es posible aplicar todos los principios clásicamente válidos de las demás. En el caso de $K3^*$, presentamos un operador de incompletitud (Δ) para indicar cuándo

²⁵ Se trata de una oración que dice de ella misma que es verdadera (*cf.* Barrio (2014b)).

tratamos con oraciones incompletas, y separarlas de las oraciones determinadas. Esto permite recuperar instancias del principio de identidad y de la ley de tercero excluido.

Una segunda propuesta consiste en recuperar la lógica clásica para cualquier razonamiento que involucre predicados precisos. Si bien esta propuesta de recaptura parece acertada, muy pocos argumentos dan la talla (de hecho, es muy probable que sólo los argumentos del ámbito matemático cumplan con este criterio).

Lanzet (2018) defiende un proyecto de recaptura clásica relacionado a la presencia de predicados vagos, según el cual la recaptura debería llevarse a cabo para lo que él define como **argumentos nítidos** [*sharp arguments*]: esto es, argumentos cuyos constituyentes son definitivamente verdaderos o definitivamente falsos. Esta opción parece un poco mejor, ya que incluye tanto a argumentos que involucran predicados precisos como a aquellos que involucran predicados vagos pero que solamente se mueven dentro de “rangos seguros” de aplicación. Por ejemplo, un argumento sorítico y nítido sería:

Juan mide 1,80m y es alto. Si alguien que mide n metros es alto, entonces alguien que mide un milímetro más también lo es. [...] Por lo tanto, alguien que mide 2,10m es alto.

En este ejemplo, la vaguedad de ‘alto’ no trae problemas a la hora de razonar soríticamente, porque el argumento solamente se mueve dentro del “rango seguro” de aplicación de ‘alto’ (las premisas y la conclusión son definitivamente verdaderas).

Entonces, siguiendo a Lanzet (2018), la idea no es restringir la recaptura sólo a fragmentos libres de vaguedad, sino a fragmentos libres de casos limítrofes o problemáticos. La ventaja de este enfoque es que, mientras los argumentos libres de predicados vagos parecen ser pocos, los argumentos con términos vagos pero nítidos son muchos más. Para defender este punto, el autor cita un ejemplo paradigmático de inferencia válida que involucra términos vagos (subrayados) pero que podría considerarse nítido:

Todos los humanos son mortales. Sócrates es humano. Por lo tanto, Sócrates es mortal²⁶.

²⁶Si bien la paradoja de sorites se presenta más claramente con adjetivos graduables y sustantivos escalares, predicados de tipos naturales como ‘gato’ o ‘humano’ también son susceptibles a sorites (*cf.* Gómez-Torrente, 2014: 289-290). Supongamos que: (i) Sócrates es un cierto agregado de moléculas que es un humano; (ii) una molécula no es un ser humano, (iii) si a un agregado de moléculas que es un ser humano le quitamos una sólo molécula, sigue siendo un ser humano; (iv) Por lo tanto, un agregado de 20 moléculas es un ser humano. Las

Las aplicaciones asertóricas de predicados vagos en la vida cotidiana parecen ser “nítidas” en el sentido de Lanzet: definitivamente verdaderas, o definitivamente falsas. De este modo, los argumentos nítidos son tan abundantes en matemática como en la vida común.

5. Conclusión

En este capítulo presenté una serie de objeciones que suelen esgrimirse contra los enfoques no clásicos: (1) que la vaguedad como incompletitud del significado sobregenera, (2) que los sistemas dados adolecen de “vaguedad de orden superior”, (3) que nuestra propuesta es incompatible con la supuesta “textura abierta” de los predicados vagos, (4) que se pierden inferencias y principios lógicos fundamentales.

También brindé una contrarréplica a cada una de ellas: en el caso de (1) y (2), argumenté por qué creo que no hay cortes precisos entre los casos limítrofes y los casos claros (sino que el límite entre ambos está desdibujado) y sostuve que hay limitaciones epistémicas que impiden determinar, para algunos objetos, si se trata de un caso claro o limítrofe.

En cuanto a (3), interpreté que la tesis de la textura abierta es válida sólo localmente, en el ámbito de una conversación con estándares de precisión más bien liberales.

Por último, respecto de (4), defendí que CL puede restablecerse para argumentos nítidos, siguiendo la propuesta de Lanzet (2018).

premisas (i)-(iii) cumplen con los requisitos necesarios para ser consideradas una instancia de la paradoja de sorites, vistos en el [cap. 1 \(S1\)](#). Aunque las premisas parecen verdaderas, de ellas se sigue cualquier cosa (ya que (iii) es indeterminada).

Conclusiones

A lo largo de la tesis he defendido que la paradoja de sorites es un caso de argumento válido con premisas que no siempre son verdaderas; a veces son semánticamente indeterminadas. Este es el caso del principio de tolerancia, la premisa fundamental del argumento sorítico. Uno de los *desideratum* de una teoría de la vaguedad satisfactoria es que, en ella, este principio no sea ni verdadero (porque la competencia lingüística con los predicados vagos lo impide) ni falso (porque el significado de esta clase de predicados excluye la existencia de un corte entre su extensión y anti-extensión) ([capítulo 1](#)).

Además, defendí que una solución paracompleta es la vía más acertada para tratar con los predicados vagos. Motivé esta posición recurriendo tanto a resultados experimentales del ámbito de la psicología de la vaguedad ([capítulo 2](#)), como a argumentos filosóficos en favor de la vaguedad como indeterminación y del rechazo de la ley de tercero excluido ([capítulo 3](#)).

Por un lado, mostré por qué los resultados dados no se ajustan bien a otras teorías de la vaguedad (clásicas, paraconsistentes, no transitivas), y defendí que las lógicas paracompletas son las que mejor modelan las aplicaciones reales de los predicados vagos que llevan a cabo los hablantes (tanto en proposiciones atómicas, donde encontramos vacíos extensiones y una preferencia por el rechazo, como en proposiciones moleculares, donde observamos una tendencia a aceptar contradicciones limítrofes mientras se rechazan sus componentes) ([capítulo 2](#)).

Por otro lado, incluso si dejamos de lado los datos empíricos de lado, hay buenas razones para aceptar las contradicciones limítrofes y rechazar la ley de tercero excluido cuando toma instancias indeterminadas. Brindé una defensa filosófica de la paracompletitud como teoría lógica de la vaguedad y en particular, como la única teoría que puede dar cuenta de este uso anómalo de la conectivas ([capítulo 3](#)). Más específicamente, sostuve que el enfoque paracompleto es el único que pueden dar cuenta del rechazo de algunas verdades lógicas clásicas y de la aceptación de las llamadas “contradicciones limítrofes” siempre y cuando ‘indeterminación semántica’ sea interpretado filosóficamente como un caso no cubierto por las

reglas lingüísticas que gobiernan el uso del predicado, y algunos de sus usos en oraciones compuestas.

Posteriormente, presenté dos sistemas lógicos paraconsistentes, $K3^*$ y $K3^{\boxtimes}$ que funcionan como “lógicas de las contradicciones limítrofes” ([capítulo 4](#)): modelan el uso de los predicados vagos, y en particular, los veredictos semánticos de los hablantes en torno a contradicciones limítrofes. Por este motivo, la conjunción y disyunción tienen un comportamiento irregular. Mostré qué tratamiento proporcionan a la paradoja de sorites y qué valuación reciben las distintas formulaciones del principio de tolerancia.

En suma, los capítulos 1-4 están dedicados a dar una defensa de la paraconsistencia como rasgo de una teoría lógica de la vaguedad. Sólo en esta clase de sistemas lógicos es posible asignar un valor ‘ni verdadero ni falso’ al principio de tolerancia, ya que la paraconsistencia está equipada para tratar con vacíos veritativos, a la vez que nos permite -mediante la introducción de nuevos conectivos- dar una semántica de las contradicciones limítrofes. Frente a otras alternativas rivales que no cumplen el *desideratum* planteado en el [capítulo 1](#) (aquí encontramos a CL, los s-valuacionismos, LP y ST) la opción paraconsistente es superadora por los siguientes motivos.

Respecto de CL y los s-valuacionismos, éstos no se condicen con los resultados experimentales, porque las contradicciones limítrofes son falsas en todo modelo (en toda precisificación) y LEM es verdadero en todo modelo (en toda precisificación).

En segundo lugar, las lógicas paraconsistentes (LP, SbV) asignan $\frac{1}{2}$ a las contradicciones limítrofes pero esta clase de lógicas defienden un solapamiento (en lugar de un vacío) entre extensión y anti-extensión, lo cual va en contra de lo defendido en el capítulo 3: los predicados vagos tienen un significado incompleto porque están parcialmente gobernados por reglas.

Por su parte, ST no da un tratamiento uniforme de la paradoja de sorites. Y como la paradoja es siempre la misma a pesar de tener distintas formulaciones, cabría esperar que todas sus presentaciones reciban un tratamiento uniforme (sean todas válidas o todas inválidas). Además, no modela adecuadamente las contradicciones limítrofes que se encuentran dentro de oraciones más complejas.

Por último, si bien $K3$ cumple con el *desideratum* planteado sobre el principio de tolerancia, fue necesario definir nuevos conectivos lógicos para poder dar una semántica formal de las

contradicciones limítrofes. Por eso, creo que los sistemas aquí definidos son la mejor explicación disponible de la vaguedad.

Finalmente, respondí a las objeciones (**capítulo 5**) que suelen esgrimirse contra teorías no clásicas de la vaguedad (relativas a la vaguedad de orden superior en sus distintas formulaciones, y si la pérdida de reglas inferenciales y verdades lógicas está realmente justificada), y contra las teorías paracompletas en particular (la ausencia de verdades lógicas, los problemas asociados a identificar la vaguedad con incompletitud respecto del significado).

A continuación, señalo algunas cuestiones que han quedado pendientes y que constituyen posibles temas de exploración futura:

- (1) Indicar cómo se lleva a cabo el seguimiento de reglas.

En varios momentos de la tesis indiqué que los predicados vagos tienen un significado incompleto porque están parcialmente gobernados por reglas. Si bien parto del supuesto de que el lenguaje está gobernado por reglas, decidí no adoptar ninguna postura en torno al seguimiento de reglas. Una pregunta que queda pendiente es cómo dar una respuesta razonable a esta pregunta sin caer en los problemas que señalan, por ejemplo, Kripkenstein (a saber, la paradoja escéptica) o Brandom (ligados a la distinción entre regulismo y regularismo, y sus críticas).

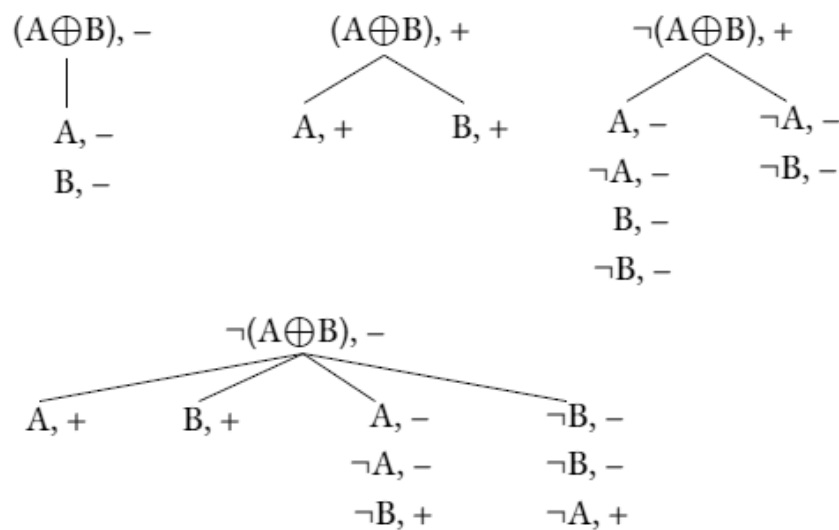
- (2) Dar un aparato deductivo para las lógicas de las contradicciones limítrofes.

Como uno de los objetivos centrales de la tesis fue dar una semántica formal que modele los veredictos semánticos de los hablantes en torno a predicaciones vagas, todas las lógicas exhibidas a lo largo de la tesis fueron presentadas modelo-teóricamente. Sin embargo, cabe preguntarse cómo sería una presentación desde la teoría de la prueba de $K3^{\oplus}$ y $K3^{\boxplus}$.

Dar un aparato deductivo para $K3^{\oplus}$ no debería presentar un desafío, ya que las matrices que dimos de la disyunción[⊕] y conjunción[⊗] fueron tomadas de la lógica paracompleta híbrida (MH) y lógica paraconsistente híbrida (NH), respectivamente, que ya tienen sistemas de la prueba correctos y completos (más específicamente, Caret (2017) define un método de *tableaux* y un sistema axiomático para MH y para NH).

Inicialmente, el sistema de prueba para $K3^{\oplus}$ debería ser una extensión del sistema de prueba dado para $K3$. Es decir, el aparato deductivo de $K3^{\oplus}$ debería tener las mismas reglas para las conectivas y cuantificadores que $K3$, y sumar reglas adicionales sólo para las conectivas nuevas.

Las reglas para \oplus pueden ser tomadas del sistema de *tableaux* de Caret (2017) para MH, que tiene la misma relación de consecuencia que $K3$ y define la disyunción del mismo modo que \oplus . Las reglas de la disyunción²⁷ serían:



Donde + y - representan el valor designado y los valores no designados, respectivamente.

Una rama se cierra si y sólo si o bien $A, +$ y $A, -$, o bien $\neg A, +$ y $\neg A, -$ ocurren en la misma rama (esto se indica escribiendo una X bajo la punta de la rama). Caso contrario, decimos que la rama está abierta. Un *tableaux* está cerrado siempre y cuando todas sus ramas estén cerradas. Caso contrario, está abierto. Decimos que A es consecuencia sintáctica de Γ ($\Gamma \vdash A$) sii existe un *tableaux* cerrado cuya lista inicial consiste en $\gamma, +$ para toda $\gamma \in \Gamma$ y $A, -$.

El sistema de *tableaux* para $K3^{\otimes}$ se obtendría adicionando 4 reglas más para la conjunción \otimes .

Así como la adición de un sistema deductivo nos forzaría a introducir las nociones de consecuencia sintáctica y teorema, también deberíamos:

²⁷No presento las reglas de la conjunción de NH (que denota la misma función de verdad que \otimes) porque la relación de consecuencia de NH es distinta a la de $K3^{\otimes}$.

(3) Probar resultados de corrección y completitud.

Es decir, presentar demostraciones de que la relación de consecuencia semántica y consecuencia sintáctica son equivalentes (validan el mismo conjunto de inferencias).

Por último, otra pregunta que queda abierta y podría explorarse en trabajos futuros es:

(4) Explorar cómo interactúan los sistemas dados con otros operadores (determinación, indeterminación, incompletitud, etc.)

Algunos de estos fueron presentados cuando repasamos versiones debilitadas del principio de tolerancia, pero aún no sabemos cómo interactúan con el resto de las fórmulas del lenguaje.

Asimismo, muchas teorías paracompletas presentan también mecanismos de precisificación del significado de predicados vagos en ciertos contextos (por ejemplo, Shapiro (2003) o Richard (2009)), que cabría explorar en trabajos futuros.

Bibliografía

Alxatib, S., Pagin, P. & Sauerland, U. (2013). "Acceptable contradictions: pragmatics or semantics? A reply to Cobreros et al.", *Journal of Philosophical Logic*, 42: 619-634.

Alxatib, S. & Pelletier, J. (2011a). "On the psychology of truth-gaps", en R. Nouwen, R. van Rooij, U. Sauerland & H.-C. Schmitz (eds.), *Vagueness in communication*. Heidelberg, Springer: 13-36.

————— (2011b). "The psychology of vagueness: Borderline cases and contradictions", *Mind and Language*, 26(3): 287-326.

Barrio, E. A. (2014a). "Introducción", en E. A. Barrio (ed.), *Paradojas, paradojas y más paradojas*, Londres, College Publications: 1-10.

Barrio, E. A. (ed.) (2014b). *La lógica de la verdad*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Eudeba.

Barrio, E. A. & Da Ré, B. (2018). "Paraconsistency and its philosophical interpretations", *Australasian Journal of Logic*, 15(2): 151-170.

Bonini, N., Osherson, D., Viale, R. & Williamson, T. (1999). "On the psychology of vague predicates", *Mind and Language*, 14(4): 377-393.

Burgess, J. A. & Humberstone, I. L. (1987). "Natural deduction rules for a logic of vagueness", *Erkenntnis*, 27: 197-229.

Caret, C. (2017). "Hybridized Paracomplete and Paraconsistent Logics", *Australasian Journal of Logic*, 14: 1.

Carnielli, W. Coniglio, M. & Rodrigues, A. (2020). "Recovery operators, paraconsistency and duality", *Logic Journal of the IGPL*, 28(5): 624-656.

Cobreros, P., Egré, P., Ripley, D., & van Rooij, R. (2012). "Tolerant, classical, strict", *Journal of Philosophical Logic*, 41(2): 347-385.

————— (2015). "Pragmatic interpretations of vague expressions: Strongest meaning and nonmonotonic consequence", *Journal of Philosophical Logic*, 44(4): 375-393.

————— (2017). "Tolerant reasoning: nontransitive or nonmonotonic?", *Synthese*, Springer: <link.springer.com/article/10.1007/s11229-017-1584-8>.

Cobrerros, P. (2010). "Paraconsistent vagueness: a positive argument", *Synthese*, 183: 211-227.

——— (2013). "Vagueness: Subvaluationism", *Philosophy Compass*, 8(5): 472-485.

Da Ré, B. & Roffé, A. (2016). *Introducción a las lógicas modales y no clásicas. Partes 1 y 2: K3*. Buenos Aires: OPFyL.

Dummett, M. (1978 [1973]). "The Philosophical basis of Intuitionistic Logic", reimpresión en *Truth and other enigmas*. Cambridge, Harvard UP: 215-247.

——— (1978 [1975]), "Wang's Paradox", reimpresión en *Truth and Other Enigmas*. Cambridge, Harvard UP: 248-268.

Egré, P. (2015). "Vagueness: Why do we believe in tolerance?", *Journal of Philosophical Logic*, 44(6): 663-679.

Egré, P. & Zehr, J. (2016). "Are Gaps preferred to Gluts? A closer look at borderline contradictions", en E. Castroviejo, G. Weidman Sassoon & L. McNally (eds.), *The Semantics of Gradability, Vagueness, and Scale Structure. Experimental Perspectives*. Suiza, Springer: 25-58.

Eklund, M. (2001). "Supervaluationism, vagueifiers, and semantic overdetermination", *Dialectica*, 55: 363-78.

——— (2005). "What vagueness consists in", *Philosophical Studies*, 125: 27-60.

Fine, K. (1975). "Vagueness, truth and logic", *Synthese*, 30: 265-300.

Frege, G. (1996 [1918-19]). "El pensamiento: una investigación lógica", en M. Valdés (trad. y comp.), *Pensamiento y lenguaje: problemas en la atribución de actitudes proposicionales*. México, UNAM: 23-48.

Gómez-Torrente, M. (2014). "La Paradoja Sorites", en E. A. Barrio (ed.), *Paradojas, paradojas y más paradojas*, Londres, College Publications: 287-301.

Graff, D. [Fara Graff, D.] (2000). "Shifting sands: an interest-relative theory of vagueness", *Philosophical Topics*, 28(1): 45-81.

Hjortland, O. T. (2017). "Anti-exceptionalism about logic", *Philosophical Studies*, 174: 631-658.

Hyde, D. (1997). "From heaps and gaps to heaps of gluts", *Mind*, 106: 641-660.

Hyde, D. & Raffman, D. (2018). "Sorites Paradox", en E. N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Junio 2018 ed.), [<plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/sorites-paradox/>](http://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/sorites-paradox/).

Keefe, R. (2003). *Theories of vagueness*. Cambridge: Cambridge UP.

- Kleene, S. C. (1980 [1952]). *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam y Oxford: North Holland.
- Lanzet, R. (2018). “Chain-Arguments and the Sorites Paradox”, *Australasian Journal of Philosophy*, 97(3): 589-604.
- Lewis, D. (1979). “Scorekeeping in a language game”, *Journal of Philosophical Logic*, 8: 339-359.
- (1986). *On the plurality of worlds*. Oxford y Nueva York: Basil Blackwell.
- López de Sa, D. (2009). “How to Respond to Borderline Cases”, en R. Dietz & S. Moruzzi (eds.), *Cuts and Clouds: Vagueness, its Nature and its Logic* Oxford y Nueva York, Oxford UP: 327-330.
- MacFarlane, J. (2009). “Fuzzy epistemicism”, en R. Dietz & S. Moruzzi (eds.), *Cuts and Clouds: Vagueness, its Nature and its Logic* Oxford y Nueva York, Oxford UP: 438-463.
- (2021). *Philosophical Logic: A Contemporary Introduction*. Londres: Routledge.
- Matthews, J. J. (2018). *The experimental approach to vagueness* [Tesis de doctorado no publicada]. Universidad de Sheffield. Disponible online en: <[etheses.whiterose.ac.uk/22076/](https://theses.whiterose.ac.uk/22076/)>.
- Pagin, P. & Marsili, N. (2021). “Assertion”, en E. N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Diciembre 2021 ed.), <plato.stanford.edu/archives/win2021/entries/assertion/>.
- Priest, G. (1979). “Logic of paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, 8: 219-241.
- (2008). *An Introduction to Non-classical Logic: From If to Is* (2da Ed.). Cambridge: Cambridge UP.
- (2019). “Dialetheism and the Sorites Paradox”, en S. Oms & E. Zardini (eds.), *The Sorites Paradox*, Cambridge, Cambridge UP: 135-150.
- Raffman, D. (2014). *Unruly words: A Study of Vague Language*. Nueva York: Oxford UP.
- Restall, G. (2013). “Assertion, denial and non-classical theories”, en F. Berto, E. Mares, K. Tanaka & F. (eds.), *Paraconsistency: Logic and Applications*. Heidelberg, Springer: 81-99.
- Richard, M. (2009). “Indeterminacy and Truth Value Gaps”, en R. Dietz & S. Moruzzi (eds.), *Cuts and Clouds: Vagueness, its Nature and its Logic* Oxford y Nueva York, Oxford UP: 464-481.
- Ripley, D. (2011). “Contradictions at the borders”, en R. Nouwen, R. van Rooij, U. Sauerland & H.-C. Schmitz (eds.), *Vagueness in communication*. Heidelberg, Springer: 169-188.
- (2011). “Negation, denial, and rejection”, *Philosophy Compass*, 6(9): 622-629.

- Sainsbury, R. M. (2009). *Paradoxes* (3ra Ed.). Cambridge: Cambridge UP.
- Serchuk, P., Hargreaves, I. & Zach, R. (2011). "Vagueness, Logic and Use: Four Experimental Studies on Vagueness", *Mind and Language*, 26(5): 540-573.
- Shapiro, S. (2003). "Vagueness and conversation", en JC Beall (ed.), *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*. Oxford, Oxford UP: 39-72.
- (2006). *Vagueness in Context*. Oxford y Nueva York: Oxford UP.
- Smith, N. J. J. (2008). *Vagueness and Degrees of Truth*. Oxford: Oxford UP.
- (2017). "Undead argument: the truth-functionality objection to fuzzy theories of vagueness", *Synthese*, 194 (10): 1-27.
- Soames, S. (1999). *Understanding Truth*. Oxford y Nueva York: Oxford UP.
- (2003). "Higher-order vagueness for partially defined predicates", en JC Beall (ed.), *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*. Oxford, Oxford UP: 128-150.
- (2009). "The possibility of partial definition", en R. Dietz & S. Moruzzi (eds.), *Cuts and Clouds: Vagueness, its Nature and its Logic* Oxford y Nueva York, Oxford UP: 46-62.
- (2019). "Rejection of Excluded Middle and the Sorites Paradox", en S. Oms & E. Zardini (eds.), *The Sorites Paradox*, Cambridge, Cambridge UP: 118-134.
- Sorensen, R. (2018). "Vagueness", en E. N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Junio 2018 ed.), <plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/vagueness/>.
- Tappenden, J. (1993). "The liar and sorites paradoxes: Toward a unified treatment", *Journal of Philosophy*, 90: 551-577.
- Tarski, A. (1956 [1936]). "On the Concept of Logical Consequence", en J. H. Woodger (trad.), *Logic, Semantics Metamathematics*. Oxford, Oxford UP: 409-420.
- Teijeiro, P. (2015). "Lógicas no clásicas de la vaguedad", *Revista de Humanidades de Valparaíso*, Nro. 5: 7-16.
- (2018). *Anormal y sin corte: cómo pensar conectivas lógicas vagas* [Tesis de doctorado no publicada]. Universidad de Buenos Aires.
- Tye, M. (1994). "Sorites Paradoxes and the Semantics of Vagueness", *Philosophical Perspectives*, 8: 189-206.
- Varzi, A. (2007). "Supervaluationism and its logics", *Mind*, 116: 633-676.
- Weatherson, B. (2009). "Vagueness as Indeterminacy", en R. Dietz & S. Moruzzi (eds.), *Cuts and Clouds: Vagueness, its Nature and its Logic* Oxford y Nueva York, Oxford UP: 77-90.

-
- Weber, Z. (2010). "A Paraconsistent Model of Vagueness", *Mind*, 119(476): 1025-1045.
- Williamson, T. (1992). "Vagueness and ignorance", *Proceedings of the Aristotelian Society*, 66: 145-162.
- (1994). *Vagueness*. London: Routledge.
- (1996). "Knowing and Asserting", *Philosophical Review*, 105: 489-523.
- Wright, C. (1975). "On the coherence of vague predicates", *Synthese*, 30: 325-65.
- Zardini, E. (2008). "A model of tolerance", *Studia Logica*, 90: 337-368.
- (2019). "Non-Transitivity and the Sorites Paradox", en S. Oms & E. Zardini (eds.), *The Sorites Paradox*, Cambridge, Cambridge UP: 168-186.